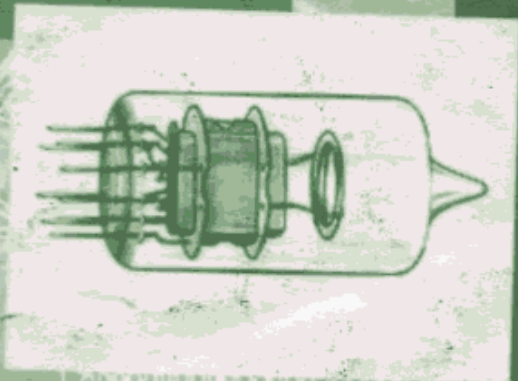
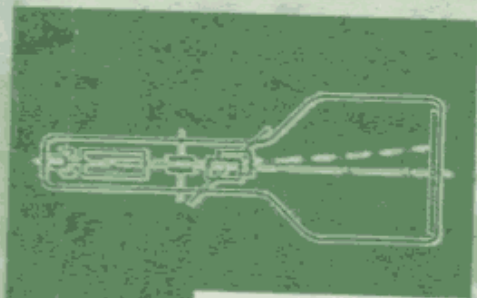


ПОСОБИЕ
ФИЗИКЕ



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра прикладной математики

ПОСОБИЕ ПО ФИЗИКЕ

Для студентов з/о факультета ВМК

Нижний Новгород, 2003

УДК 53(076.1)(075.8)

ПОСОБИЕ ПО ФИЗИКЕ. Для студентов 3/о факультета ВМК //

Сост. В.Н. Комаров – Н. Новгород: ННГУ, 2003. - 98с.

Пособие предназначено в первую очередь для студентов заочной формы обучения на факультете ВМК ННГУ. В пособии приведены: учебная программа со списком рекомендуемой литературы для самостоятельной работы студентов; базовые задачи по физике; контрольные вопросы для закрепления материала и самопроверки. В кратком приложении даны физические константы и параметры, необходимые для решения включенных в пособие задач.

Пособие может быть использовано также на дневном и вечернем отделениях факультета.

Составитель:

доктор техн. наук, профессор В.Н. Комаров

Рецензент:

доктор физ-мат. наук, профессор В.В. Новиков
заведующий кафедрой теоретической механики
механико-математического факультета ННГУ

Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

2003

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
ПРОГРАММА КУРСА ФИЗИКИ	7
Часть 1. МЕХАНИКА	
Кинематика	
Основные законы и формулы.....	11
Задачи и упражнения.....	13
Динамика	
Основные законы и формулы.....	17
Задачи и упражнения.....	21
Динамика вращательного движения	
Основные законы и формулы.....	31
Задачи и упражнения.....	34
Колебания	
Основные законы и формулы.....	38
Задачи и упражнения.....	40
Часть 2. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ	
Электростатика	
Основные законы и формулы.....	44
Задачи и упражнения.....	48
Постоянный ток	
Основные законы и формулы.....	62
Задачи и упражнения.....	63
Магнитное поле. Электромагнитная индукция	
Основные законы и формулы.....	69
Задачи и упражнения.....	73
Часть 3. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ	
Основные законы и формулы.....	84
Задачи и упражнения.....	
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ	95
ПРИЛОЖЕНИЯ	98

ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель настоящей разработки – оказание методической помощи студентам заочной формы обучения на факультете ВМК ННГУ при изучении разделов физики, включенных в программу курса. Основной упор при этом делается на самостоятельную работу студентов, в связи с чем прежде всего, встает вопрос о снабжении их учебной программой и списком рекомендуемой литературы.

Так как изучение физики невозможно без решения задач различной сложности, то необходимо ориентировать студентов на задачи той сложности, которая принята на факультете.

Кроме того, многолетний опыт преподавания показывает, что даже при наличии подробной программы студенты чувствуют себя увереннее, когда перед зачетом или экзаменом имеют список контрольных вопросов по курсу.

Все изложенное выше и определило структуру пособия, которое состоит из следующих частей:

- учебная программа со списком рекомендуемой литературы;
- базовые задачи по физике;
- контрольные вопросы для самопроверки;
- приложения

В настоящем пособии приведены задачи, многие из которых использовались автором на практических занятиях по курсу общей физики, предлагались для самостоятельной работы студентов. Эти задачи, охватывая большую часть разделов курса, должны способствовать более глубокому усвоению материала.

На первых порах студенты могут пользоваться приведенными в начале каждого раздела основными формулами, используемыми при решении задач. Постепенно же эти формулы нужно запоминать, так как тогда основное внимание можно уже сосредоточить на физическом содержании задачи, не тратя время на поиск подходящих формул.

Приступая к решению задачи, хорошо вникните в ее смысл и постановку вопроса. Установите, все ли данные, необходимые для решения задачи, приведены. Некоторые из этих данных, наиболее часто встречающиеся, можно найти в приложениях. Весьма полезным при решении многих задач является построение простейших рисунков и схем, помогающих увидеть основные особенности задачи и облегчающих получение искомого решения.

Большинство приведенных в пособии задач допускают аналитическое решение, т. е. позволяют получить расчетные формулы, в которых неизвестные искомые величины выражены через данные задачи. Обязательно проверяйте размерность полученных формул, пробуйте применить их к простейшим предельным случаям, которые вы знаете, и только после этого проводите численные расчеты.

Приведенные в пособии задачи не имеют ответов, так как нередко случаи, когда численный расчет по правильной формуле приводит к неверному результату из-за неумения работать с данными, записанными в разных форматах или разных системах единиц. При наличии ответа он просто подставляется в формулу без проведения соответствующих преобразований данных. Отсутствие ответов в задачах и проверка их решения преподавателем на консультациях позволяют в полной мере оценить умение студентов решать задачи и доводить их решение «до числа».

Получив, наконец, числовой ответ задачи, оцените его правдоподобность. Такая оценка может в ряде случаев обнаружить ошибочность решения и полученного результа-

та. Так, например, дальность полета брошенного человеком камня не может превышать нескольких десятков метров, скорость тела не может оказаться больше скорости света в вакууме, напряжение на любом из сопротивлений цепи не может быть больше напряжения источника и т. п.

Успехов Вам
В.Н. КОМАРОВ

Естественно, что практически невозможно учесть все особенности курса, их трансформацию со временем. В связи с этим автор будет благодарен всем, кто сочтет возможным сообщить свое мнение о пособии и высказать пожелания для их учета в дальнейшем.

Любые Ваши замечания и пожелания, касающиеся пособия, будут внимательно рассмотрены, если вы сообщите их на кафедру прикладной математики факультета ВМК ННГУ.

Программа курса физики для студентов ф-та ВМК ННГУ (сокращенный срок обучения)

Ч. I. МЕХАНИКА

I. Механика точки

1. Принцип относительности движения
2. Скорость
3. Импульс
4. Реактивное движение
5. Центр инерции
6. Ускорение
7. Сила
8. Движение в однородном поле
9. Работа и потенциальная энергия
10. Границы движения
11. Столкновения
12. Момент импульса
13. Гравитационное поле

2. Движение твердого тела

14. Виды движения твердого тела
15. Энергия движущегося твердого тела
16. Вращательный момент
17. Уравнение движения вращающегося тела
18. Равнодействующая сила
19. Гироскоп
20. Силы инерции

3. Колебания

21. Гармонические колебания

- 22. Математический и физический маятники
- 23. Затухающие колебания
- 24. Вынужденные колебания
- 25. Представление об автоколебаниях и параметрических колебаниях.

Ч. II. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

4. Электростатическое поле в вакууме

- 26. Закон Кулона
- 27. Электрическое поле и его напряженность E
- 28. Теорема Остроградского - Гаусса
- 29. Работа кулоновских сил
- 30. Энергия и потенциал электростатического поля
- 31. Связь между напряженностью электростатического поля E и его потенциалом φ
- 32. Электрический диполь

5. Электрическое поле и вещество

- 33. Поляризация диэлектрика
- 34. Вектор электрического смещения D
- 35. Условия на границе двух диэлектриков
- 36. Поле внутри и снаружи проводника
- 37. Уединенный проводник и его емкость
- 38. Конденсаторы и их соединения
- 39. Энергия электрического поля

6. Постоянный ток

- 40. Основные понятия и определения
- 41. Закон Ома для участка цепи
- 42. Стороннее поле и ЭДС
- 43. Закон Ома для замкнутой цепи
- 44. Законы Кирхгофа
- 45. Закон Джоуля - Ленца

7. Электромагнетизм. Поле в вакууме

- 46. Сила Лоренца. Поле B
- 47. Магнитное поле движущегося заряда
- 48. Магнитное поле тока. Закон Био - Савара - Лапласа
- 49. Основные законы магнитного поля
- 50. Сила Ампера. Частные случаи
- 51. Работа по перемещению проводников и контуров с током в магнитном поле
- 52. О магнитном поле в веществе

8. Явление электромагнитной индукции

- 53. Явление электромагнитной индукции и сила Лоренца
- 54. Закон индукции Фарадея и правило Ленца
- 55. Явление самоиндукции
- 56. Энергия электромагнитного поля

Ч. III. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

9. Теплота

- 57. Температура
- 58. Давление
- 59. Агрегатные состояния вещества
- 60. Идеальный газ
- 61. Работа и количество тепла
- 62. Теплоемкость газов

10. Тепловые процессы

- 63. Изопроцессы
- 64. Адиабатический процесс
- 65. Необратимость тепловых процессов
- 66. Цикл Карно

67. Природа необратимости. Энтропия

11. Фазовые переходы

- 68. Фазы вещества
- 69. Формула Клапейрона - Клаузиуса
- 70. Испарение
- 71. Критическая точка
- 72. Уравнение Ван-дер-Ваальса
- 73. Закон соответственных состояний
- 74. Тройная точка

Рекомендуемая литература

- 1. Савельев И.В. Курс общей физики. тт I, II.
- 2. Емельянова И.С. Лекции по механике. Н.-Новгород: НГПУ, 2000.
- 3. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. М.: Наука, 2001
- 4. Иродов И.Г. Механика. Основные законы
- 5. Иродов И.Г. Электромагнетизм. Основные законы
- 6. Иродов И.Г. Задачи по общей физике. М.: Наука, 1988.
- 7. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. чч I, II
- 8. Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. Механика и молекулярная физика.

(Многие из этих учебников не один раз переиздавались. Практически, можно пользоваться любым доступным их изданием.)

КИНЕМАТИКА

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

- Средняя и мгновенная скорости материальной точки:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}, \quad \langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad v = \frac{ds}{dt},$$

где $\Delta \mathbf{r}$ – элементарное перемещение точки за время Δt ; $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки; Δs – путь, пройденный точкой за время Δt .

- Среднее и мгновенное ускорения материальной точки:

$$\langle \mathbf{a} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}, \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

- Полное ускорение при криволинейном движении:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n, \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

где $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ – тангенциальная, а $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ – нормальная составляющие ускорения (ρ – радиус кривизны траектории в данной точке)

- При равнопеременном движении:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{\mathbf{a} t^2}{2}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} t.$$

- Угловая скорость:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

- Угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

- Угловая скорость для равномерного вращения:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

где T – период вращения; n – частота вращения ($n = N/t$, где N – число оборотов, совершаемых телом за время t).

- Угол поворота и угловая скорость для равнопеременного вращения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t,$$

где ω_0 – начальная угловая скорость.

- Связь между линейными и угловыми величинами:

$$s = R\varphi; \quad v = R\omega; \quad a_{\tau} = R\varepsilon; \quad a_n = \omega^2 R,$$

где R – расстояние от оси вращения.

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

1.1. Катер, двигаясь вниз по реке, обогнал плот в пункте A . Через $\tau = 60$ мин после этого он повернул обратно и затем встретил плот на расстоянии $l = 6$ км ниже пункта A . Найти скорость течения, если при движении в обоих направлениях мотор катера работал одинаково.

1.2. Точка прошла половину пути со скоростью v_0 . Оставшуюся часть пути она половину времени двигалась со скоростью v_1 , а последний участок — со скоростью v_2 . Найти среднюю за все время движения скорость точки.

1.3. Автомашина движется с нулевой начальной скоростью по прямому пути сначала с ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$, затем равномерно и, наконец, замедляясь с тем же ускорением a , останавливается. Все время движения $t = 25$ с. Средняя скорость за это время $\langle v \rangle = 72 \text{ км/ч}$. Сколько времени автомашина двигалась равномерно?

1.4. Точка движется вдоль оси x со скоростью, проекция которой v как функция времени описывается графиком (рис. 1.1.). Учитывая, что в момент $t = 0$ координата точки $x = 0$, начертить примерные графики зависимостей от времени ускорения a , координаты x и пройденного пути s .

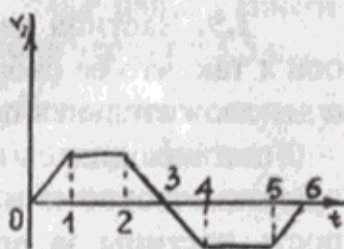


Рис. 1.1.

1.5. Две частицы 1 и 2 движутся с постоянными скоростями v_1 и v_2 . Их радиус-векторы в начальный момент времени равны r_1 и r_2 . При каком соотношении между этими четырьмя векторами частицы испытают столкновение друг с другом.

1.6. Два пловца должны попасть из точки A на одном берегу реки в прямо противоположную точку B на другом

берегу. Для этого один из них решил переплыть реку по прямой AB , другой же – все время держать курс перпендикулярно к течению, а расстояние, на которое его снесет, пройти пешком по берегу со скоростью u . При каком значении u оба пловца достигнут точки B за одинаковое время, если скорость течения $v_0 = 2$ км/ч и скорость каждого пловца относительно воды $v' = 2,5$ км/ч?

1.7. Кабина лифта, у которой расстояние от пола до потолка равно 2,7 м, начала подниматься с постоянным ускорением $1,2$ м/с². Через 2 с после начала подъема с потолка кабины стал падать болт. Найти время свободного падения болта.

1.8. Радиус-вектор частицы меняется со временем t по закону $\mathbf{r} = \mathbf{c} \cdot t(1 - \alpha t)$, где $\mathbf{c}$ – постоянный вектор, α – положительная постоянная. Найти: а) скорость $\mathbf{v}$ и ускорение $\mathbf{a}$ частицы в зависимости от времени; б) промежуток времени Δt , по истечении которого частица вернется в исходную точку, а также путь s , который она пройдет при этом.

1.9. Частица движется в положительном направлении оси x так, что ее скорость меняется по закону $v = (\alpha x)^{1/2}$, где α – положительная постоянная. Имея в виду, что в момент $t = 0$ она находилась в точке $x = 0$, найти: а) зависимость от времени скорости и ускорения частицы; б) среднюю скорость частицы за время, в течение которого она пройдет первые s метров.

1.10. Точка движется, замедляясь, по прямой с ускорением, модуль которого зависит от ее скорости v по закону $a = bv$, где b – положительная постоянная. В начальный момент скорость точки равна v_0 . Какой путь она пройдет до остановки? За какое время этот путь будет пройден?

1.11. Из пушки выпустили последовательно два снаряда со скоростью $v_0 = 250$ м/с: первый – под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к

горизонту, второй – под углом $\alpha_2 = 45^\circ$ (азимут один и тот же). Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти интервал между выстрелами, при котором снаряды столкнутся друг с другом.

1.12. Частица движется с постоянной по модулю скоростью v по плоской траектории $y(x)$. Найти ускорение частицы в точке $x = 0$ и радиус кривизны траектории в этой точке, если траектория имеет вид параболы $y = ax^2$ (a – постоянная).

1.13. Частица движется с постоянной по модулю скоростью v по плоской траектории $y(x)$. Найти ускорение частицы в точке $x = 0$ и радиус кривизны траектории в этой точке, если траектория имеет вид эллипса $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$. Здесь a и b – постоянные.

1.14. Твердое тело вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_0 = 0,5$ рад/с вокруг горизонтальной оси AB . В момент $t = 0$ ось AB начали поворачивать вокруг вертикали с постоянным угловым ускорением $\beta_0 = 0,1$ рад/с². Найти угловую скорость и угловое ускорение тела через $t = 3,5$ с.

1.15. Свободно падающее тело в последнюю секунду своего падения проходит половину всего пути. Найти: 1) с какой высоты h падает тело; 2) продолжительность его падения.

1.16. Тело A брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_1 , тело B падает с высоты h с начальной скоростью $v_2 = 0$. Найти зависимость расстояния x между телами A и B от времени t , если известно, что тела начали двигаться одновременно.

1.17. Расстояние между станциями метрополитена 1,5 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую – равнозамедленно. Максимальная

скорость поезда 50 км/ч. Найти: 1) величину ускорения, считая его численно равным замедлению; 2) время движения поезда между станциями.

1.18. Поезд движется со скоростью 36 км/ч. Если прекратить подачу пара, то поезд, двигаясь равнозамедленно, останавливается через 20 сек. Найти: 1) отрицательное ускорение поезда; 2) на каком расстоянии до остановки надо прекратить доступ пара?

1.19. Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии 5 м от места бросания. Высота места удара на 1 м меньше высоты, с которой брошен мяч. С какой скоростью v_0 был брошен мяч? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.20. Камень брошен горизонтально со скоростью $v_x = 15$ м/с. Найти нормальное и тангенциальное ускорения камня через 1 сек после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.21. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от угла поворота φ по закону $\omega = \omega_0 - a\varphi$, где ω_0 и a положительные постоянные. В момент времени $t = 0$ угол $\varphi = 0$. Найти зависимости от времени: а) угла поворота; б) угловой скорости.

1.22. Точка движется по окружности радиусом $R = 20$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 5$ см/с². Через сколько времени после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет равно тангенциальному a_t ?

1.23. Точка движется по окружности радиусом $R = 20$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 5$ см/с². Через сколько времени после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет вдвое больше тангенциального?

1.24. Точка движется по окружности радиуса $R = 20$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 5$ см/с². Найти нормальное ускорение a_n через $t = 20$ сек после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки v равна 10 см/с.

1.25. Определить, во сколько раз нормальное ускорение точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше тангенциального ускорения для того момента времени, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол 30° с вектором ее линейной скорости.

1.26. Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии 5 м от места бросания. Высота места удара на 1 м меньше высоты, с которой брошен мяч. Под каким углом φ мяч подлетает к поверхности стенки? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.27. Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы высота подъема была равна: дальности полета? в два раза больше? в два раза меньше?

ДИНАМИКА

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

- Импульс (количество движения) материальной точки или движущегося поступательно твердого тела:

$$p = mv$$

- Основной закон механики (второй закон Ньютона) (основное уравнение динамики материальной точки):

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

- Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории

$$F_\tau = m a_\tau = m \frac{dv}{dt} ; \quad F_n = m a_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$

- В неинерциальной $OX'Y'Z'$ системе отсчета, вращающейся с постоянной угловой скоростью ω вокруг неподвижной оси, уравнение движения принимает вид:

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{F} + m\omega^2\mathbf{R} + 2m[\mathbf{v}' \times \boldsymbol{\omega}] ,$$

где $\mathbf{R}$ – радиус-вектор точки относительно оси вращения $OX'Y'Z'$ системы.

- Закон сохранения импульса для замкнутой системы:

$$\mathbf{p} = \sum_{n=1}^N m_n \mathbf{v}_n = \text{const} ,$$

где N – число материальных точек или тел, входящих в систему.

- При центральном неупругом ударе двух тел с массами m_1, m_2 и скоростями $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ соответственно, общая скорость $\mathbf{u}$ движения этих тел после удара находится из выражения:

$$\mathbf{u} = \frac{m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2}{m_1 + m_2} ,$$

где $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ – скорости шаров до удара.

- При центральном упругом ударе скорости шаров после удара u_1 , u_2 могут быть найдены по формулам:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2},$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2},$$

- Координаты центра масс системы материальных точек

$$r_c = \frac{\sum_i m_i r_i}{\sum_i m_i},$$

где m_i – масса i -й материальной точки, а r_i – ее радиус-вектор.

- Уравнение движения центра масс системы:

$$m \frac{dv_c}{dt} = F_{\text{внеш}},$$

где $F_{\text{внеш}}$ – результирующая всех внешних сил.

- Уравнение движения тела переменной массы (уравнение Мещерского):

$$m \frac{dv}{dt} = F + u \frac{dm}{dt},$$

где u – скорость отделяемого (присоединяемого) вещества относительно рассматриваемого тела.

- Работа и мощность силы:

$$A = \int F dr = \int F_s ds, \quad P = Fv.$$

- Кинетическая энергия поступательно движущегося тела:

$$T = \frac{mv^2}{2}.$$

- Приращение кинетической энергии материальной точки:

$$T_2 - T_1 = A,$$

где A – работа *всех* сил, действующих на частицу.

- Убыль потенциальной энергии частицы в поле:

$$U_1 - U_2 = A_{\text{поля}},$$

где $A_{\text{поля}}$ – работа сил поля.

- Связь между консервативной силой и потенциальной энергией материальной точки (частицы) в поле:

$$\mathbf{F}_1 = -\frac{\partial U}{\partial l},$$

$$\mathbf{F} = -\nabla U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\mathbf{k}\right) = -\text{grad}U,$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – единичные векторы декартовых осей координат

- Приращение полной механической энергии в поле:

$$E_2 - E_1 = A_{\text{внеш}}^{\text{стор}} + A_{\text{внутр}}^{\text{оис}},$$

где $E = E_{\text{соб}} + U_{\text{внеш}} = (T + U_{\text{соб}}) + U_{\text{внеш}}$; $U_{\text{соб}}$ – собственная потенциальная энергия системы; $U_{\text{внеш}}$ – потенциальная энергия системы во внешнем поле; $A_{\text{внеш}}^{\text{стор}}$ – работа внешних сторонних сил, т. е. внешних

сил, не принадлежащих к силам данного поля; $A_{\text{аэрод}}^{\text{оис}}$ — работа всех внутренних диссипативных сил (сил трения и сопротивления).

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

2.1. Аэростат массы m начал опускаться с постоянным ускорением a . Определить массу балласта, который следует сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, но направленное вверх. Сопротивлением воздуха пренебречь.

2.2. Какую массу балласта надо сбросить с равномерно опускающегося аэростата, чтобы он начал подниматься с той же скоростью. Масса аэростата 1600 кг, подъемная сила аэростата 11760 н. Силу сопротивления воздуха считать одинаковой при подъеме и при спуске.

2.3. На гладкую горизонтальную плоскость помещены три массы m_1 , m_2 и m_3 , связанные нитями между собой и с массой M , привязанной к нити, перекинутой через блок. Найти ускорение системы и натяжение всех нитей.

2.4. На гладком горизонтальном столе лежат 4 одинаковых кубика с массой m каждый (рис. 2.1.). Постоянная сила действует на первый кубик в направлении вдоль стола. Найти результирующую силу, действующую на каждый кубик. С какой силой второй кубик действует на третий?



Рис. 2.1.

2.5. Два груза соединены весовой однородной нитью так, как это показано на рис. 2.2. Массы грузов $m_1 = m$, $m_2 = 2m/3$, нити $m_n = m/3$. При

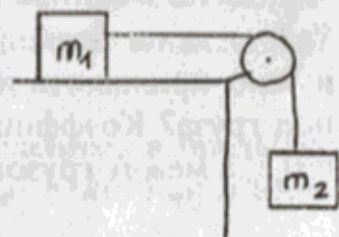


Рис. 2.2.

какой длине вертикального отрезка нити x силы, действующие на грузы со стороны нити, окажутся равными? Чему равны эти силы? Каково ускорение системы в этом случае?

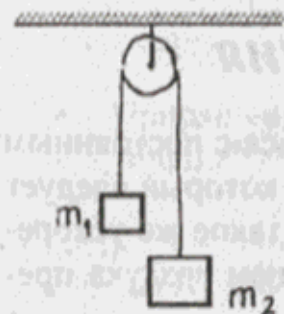


Рис. 2.3

2.6. На нити, перекинутой через блок, подвешены два тела с неравными массами m_1 и m_2 (рис. 2.3.). Найти ускорение масс, натяжение нити T и силу F , действующую на ось блока.

2.7. Найти ускорения a_1 и a_2 масс m_1 и m_2 , а также натяжение нити T в системе, изображенной на рис. 2.4.

2.8. Небольшое тело A начинает скользить с вершины клина, основание которого $l = 2,1$ м. Коэффициент трения между телом и поверхностью клина $k = 0,14$. При каком значении угла α время соскальзывания будет наименьшим? Чему оно равно?

2.9. Брусok массы m втаскивают за нить с постоянной скоростью вверх по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Коэффициент трения равен k . Найти угол β , который должна составлять нить с наклонной плоскостью, чтобы натяжение нити было наименьшим? Чему оно равно?

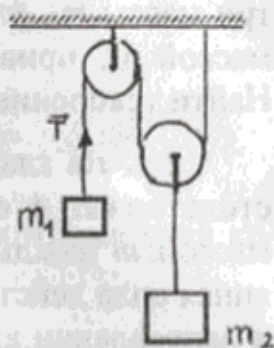


Рис. 2.4.

2.10. На столе лежит доска массы m_1

1 кг, а на доске — груз массы $m_2 = 2$ кг. Какую силу F нужно приложить к доске, чтобы доска выскользнула из-под груза? Коэффициент трения между доской и столом $k_1 = 0,5$, а между грузом и доской $k_2 = 0,25$.

2.11. На гладкой горизонтальной плоскости лежит доска массы m_1 и на ней брусок массы m_2 . К бруску приложили горизонтальную силу, увеличивающуюся со временем по закону $F = bt$, где b – постоянная. Найти зависимости от t ускорений доски и бруска, если коэффициент трения между доской и бруском равен k . Изобразить примерные графики этих зависимостей.

2.12. Через блок, прикрепленный к потолку кабины лифта, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы с массами m_1 и m_2 . Кабина начинает подниматься с ускорением a_0 . Пренебрегая массами блока и нитей, найти ускорения груза m_1 относительно шахты лифта и относительно кабины.

2.13. Через блок, прикрепленный к потолку кабины лифта, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы с массами m_1 и m_2 . Кабина начинает подниматься с ускорением a_0 . Пренебрегая массами блока и нитей, найти силу, с которой блок действует на потолок кабины.

2.14. Из одного неподвижного облака через время τ сек одна за другой начинают падать две дождевые капли. Как будет со временем меняться расстояние между ними? Решить задачу в двух случаях: а) полагая, что сопротивление воздуха отсутствует; б) полагая, что сопротивление воздуха пропорционально скорости капель.

2.15. Лодка массы m развила под парусом скорость v_0 .
а) Как будет убывать скорость лодки во времени по стоячей воде после спуска паруса, если считать, что сила сопротивления воды $F_{\text{сопр}} = kv^2$? б) Как долго будет двигаться лодка?
в) Какой путь она пройдет до полной остановки?

2.16. Рассмотреть вопросы, поставленные в предыдущей задаче, в предположении, что $F_{\text{сопр}} = kv$. Как в этом

случае скорость лодки (после спуска паруса) зависит от пройденного лодкой пути?

2.17. Самолет делает "мертвую петлю" радиуса $R = 500$ м с постоянной скоростью $v = 360$ км/ч. Найти вес летчика массы $m = 70$ кг в нижней, верхней и средней точках петли.

2.18. Через вращающийся без трения блок перекинута нить. На одном ее конце привязан груз массой m_1 . По другому концу нити с постоянным относительно нее ускорением a_2 скользит кольцо с массой m_2 . Найти ускорение a_1 массы m_1 и силу трения кольца о нить.

2.19. С каким минимальным ускорением следует перемещать в горизонтальном направлении брусок A (рис. 2.5.), чтобы тела 1 и 2 не двигались относительно него? Массы тел одинаковы, коэффициент трения между бруском и обоими телами равен k .

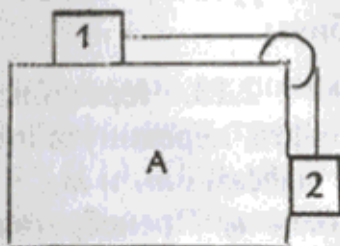


Рис. 2.5.



Рис. 2.6.

2.20. В системе (рис. 2.6.) известны массы кубика m и клина m_0 , а также угол α . Трения нет. Найти ускорение клина m_0 .

2.21. На горизонтальной плоскости лежит клин 1 массы m_1 (рис. 2.7.), на грань клина кладут тело 2 массы m_2 . Все поверхности соприкасающихся тел гладкие. Найти горизонтальные ускорения обоих тел и силы N и R , с которыми тело давит на

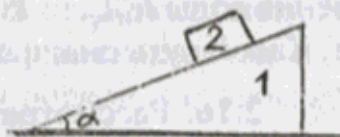


Рис. 2.7.

клин и клин давит на плоскость.

2.22. Стальная проволока некоторого диаметра выдерживает груз до 4400 Н. С каким наибольшим ускорением можно поднимать груз в 3900 Н, подвешенный на этой проволоке, чтобы она при этом не разорвалась?

2.23. Снаряд разрывается в верхней точке траектории на две равные части. Одна часть падает вертикально вниз и приходит за t сек путь h . Найти скорость второй части. Выстрел произведен под углом α к горизонту со скоростью v_0 .

2.24. Три лодки веса P идут в кильватер (друг за другом) с одинаковой скоростью v . Из средней лодки одновременно в переднюю и заднюю лодки бросают со скоростью v_1 относительно лодки грузы весом P_1 . Каковы будут скорости лодок после переброски грузов?

2.25. Две лодки идут навстречу параллельным курсом. Когда лодки находятся друг против друга, с каждой лодки во встречную одновременно перебрасывается мешок весом в 50 кг, в результате чего первая лодка останавливается, а вторая идет со скоростью $8,5 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ в прежнем направлении. Каковы были скорости лодок до обмена мешками, если вес лодок с грузом равен 500 кг и 1 т соответственно?

2.26. Гибкий шнур висит вертикально, касаясь нижним концом горизонтальной поверхности. Масса шнура m , длина l . Верхний конец шнура отпускают. Найти полный импульс, который шнур передает поверхности.

2.27. На рельсах стоит платформа весом $P_1 = 10 \text{ Т}$. На платформе закреплено орудие весом $P_2 = 5 \text{ Т}$, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Вес снаряда $P_3 = 100 \text{ кг}$, его начальная скорость относительно орудия $v_0 = 500 \text{ м/с}$. Определить скорость v_x платформы в первый момент после выстрела, если платформа стояла неподвижно.

2.28. По рельсам движется платформа, вес которой $P_1 = 10$ Т. На платформе закреплено орудие весом $P_2 = 5$ Т, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Вес снаряда $P_3 = 100$ кг, его начальная скорость относительно орудия $v_0 = 500$ м/с. Определить скорость v_x платформы в первый момент после выстрела, если платформа двигалась со скоростью $v_1 = 18$ км/ч, и выстрел был произведен в направлении ее движения.

2.29. По рельсам движется платформа, вес которой $P_1 = 10$ Т. На платформе закреплено орудие весом $P_2 = 5$ Т, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Вес снаряда $P_3 = 100$ кг, его начальная скорость относительно орудия $v_0 = 500$ м/с. Определить скорость v_x платформы в первый момент после выстрела, если платформа двигалась со скоростью $v_1 = 18$ км/ч, и выстрел был произведен в направлении, противоположном направлению ее движения.

2.30. Найти, какую мощность развивает двигатель автомобиля массой в 1 т, если известно, что автомобиль едет с постоянной скоростью 36 км/ч: 1) по горизонтальной дороге; 2) в гору с уклоном 5 м на 100 м пути. Коэффициент трения равен 0,07.

2.31. Найти, какую мощность развивает двигатель автомобиля массой в 1 т, если известно, что автомобиль едет с постоянной скоростью 36 км/ч: 1) по горизонтальной дороге; 2) под гору с уклоном 5 м на 100 м пути. Коэффициент трения равен 0,07.

2.32. Камень массой 2 кг упал с некоторой высоты. Падение продолжалось 1,43 сек. Найти кинетическую и потенциальную энергии камня в средней точке пути. Сопротивлением воздуха пренебречь.

2.33. Мяч, летящий со скоростью $v_1 = 15$ м/с, отбрасывается ударом ракетки в противоположном направлении со

скоростью $v_2 = 20$ м/с. Найти, чему равно изменение количества движения мяча, если известно, что изменение его кинетической энергии при этом равно $\Delta T = 8,75$ дж.

2.34. При вертикальном подъеме груза массой $m = 2$ кг на высоту $h = 1$ м постоянной силой F была совершена работа $A = 78,4$ дж. С каким ускорением поднимали груз?

2.35. Самолет поднимается и на высоте $h = 5$ км достигает скорости $v = 360$ км/ч. Во сколько раз работа, совершаемая при подъеме против силы тяжести, больше работы, идущей на увеличение скорости самолета?

2.36. Канат лежит на столе так, что часть его свешивается со стола, и начинает скользить тогда, когда длина свешивающейся части составляет 25 % всей его длины. Чему равен коэффициент трения каната о стол?

2.37. К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон тормозится, и его скорость равномерно изменяется за время $\Delta t = 3$ сек от $v_1 = 18$ км/ч до $v_2 = 6$ км/ч. На какой угол α отклонится при этом нить маятника?

2.38. Трамвай, трогаясь с места, движется с постоянным ускорением $a = 0,5$ м/с². Через $t = 12$ сек после начала движения мотор трамвая выключается, и трамвай движется до остановки равнозамедленно. На всем пути движения трамвая коэффициент трения равен $k = 0,01$. Найти: 1) наибольшую скорость движения трамвая; 2) общую продолжительность движения.

2.39. Трамвай, трогаясь с места, движется с постоянным ускорением $a = 0,5$ м/с². Через $t = 12$ сек после начала движения мотор трамвая выключается и трамвай движется до остановки равнозамедленно. На всем пути движения трамвая коэффициент трения равен $k = 0,01$. Найти: 1) отри-

цательное ускорение трамвая, 2) общее расстояние, пройденное трамваем.

2.40. Струя воды сечением $S = 6 \text{ см}^2$ ударяет о стенку под углом $\alpha = 60^\circ$ к нормали и упруго отскакивает от стенки без потери скорости. Найти силу, действующую на стенку, если известно, что скорость течения воды в струе $v = 12 \text{ м/с}$.

2.41. Молекула массой $m = 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$, летящая со скоростью $v = 600 \text{ м/с}$, ударяется о стенку сосуда под углом $\alpha = 60^\circ$ к нормали и под таким же углом упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы, полученный стенкой за время удара.

2.42. Какую силу нужно приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за $t = 30 \text{ сек}$ прошел путь $s = 11 \text{ м}$? Масса вагона $M = 16 \text{ т}$. Во время движения на вагон действует сила трения, равная $0,05$ веса вагона.

2.43. Пуля, пробив доску толщиной h , изменила свою скорость от v_0 до v_1 . Найдите время движения пули в доске, считая силу сопротивления пропорциональной квадрату скорости.

2.44. Льдина в форме прямоугольного параллелепипеда площадью S и высотой H плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы полностью погрузить льдину в воду. Плотность воды $\rho_в$, плотность льда $\rho_л$.

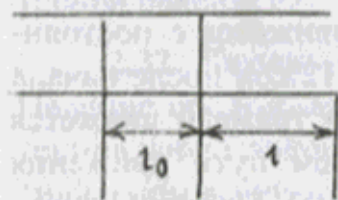


Рис. 2.8.

2.45. Какую работу надо совершить, чтобы вытащить пробку из трубы длины l . Длина пробки l_0 , сила трения между стенками трубки и всей пробкой F .

2.46. Из залитого подвала, площадь пола которого равна 50 м^2 , тре-

буется выкачать воду на мостовую. Глубина воды в подвале 1,5 м, а расстояние от уровня воды до мостовой 5 м. Найти работу, которую необходимо совершить для откачки воды.

2.47. Оконная штора весом 1 кГ и длиной 2 м сворачивается на тонкий валик наверху окна. Какая при этом совершается работа? Трением пренебречь.

2.48. По гладкому шнуру длины l из точки O начинает соскальзывать свободное тело A массы m с начальной скоростью $v_0 = 0$. Шнур и упор B невесомы, k - коэффициент упругости шнура. Определить максимальное растяжение шнура.

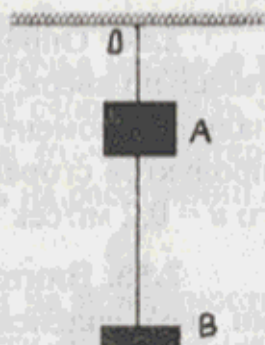


Рис. 2.9.

2.49. На резинке висит тело массы m . Балка, к которой привязана резинка, падает вниз с постоянной скоростью v . Каково максимальное растяжение резинки, если балка внезапно остановится. Коэффициент жесткости резинки - k .

2.50. Акробат прыгает в сетку с высоты $H_1 = 8$ м с начальной скоростью $v_0 = 0$. На какой предельной высоте h_1 над полом надо натянуть сетку, чтобы акробат не ударился о пол при прыжке? Известно, что сетка прогибается на $h_2 = 0,5$ м, если акробат прыгает в нее с высоты $H_2 = 1$ м.

2.51. На поверхность Земли с очень большого расстояния падает метеорит. С какой скоростью метеорит упал бы на Землю, если бы атмосфера не тормозила его движения? (Считать, что $W_{\infty} = 0$).

2.52. На Землю с очень большого расстояния падает метеорит массой $m = 1$ т. Найти кинетическую энергию метеорита на расстоянии $h = 200$ км от поверхности Земли.

2.53. Ракета масса которой в начальный момент m_0 запущена вертикально вверх. Определить ускорение, с которым движется ракета, через t сек после запуска, если скорость расхода горючего μ , а относительная скорость выхода продуктов сгорания u . Сопротивлением воздуха в этой и следующей задаче пренебречь, а высоту подъема считать $\ll$ радиуса Земли.

2.54. Определить скорость ракеты, выпущенной вертикально вверх, через t сек после старта, если ее масса в начальный момент $m_0 = 2$ кг, относительная скорость выхода продуктов сгорания $= 100$ м/сек, скорость расхода горючего $u = 0,2$ мг/сек.

2.55. Винтовку навели на вертикальную черту мишени, находящейся точно в северном направлении, и выстрелили. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти, на сколько сантиметров и в какую сторону пуля, попав в мишень, отклонится от черты. Выстрел произведен в горизонтальном направлении на широте $\varphi = 60^\circ$, скорость пули $v = 900$ м/сек и расстояние до мишени $S = 1$ км.

2.56. Горизонтальный диск вращают с постоянной угловой скоростью $\omega = 6$ рад/сек вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. По одному из диаметров диска движется небольшое тело массы $m = 0,5$ кг с постоянной относительно диска скоростью $v_1 = 50$ см/сек. Найти силу, с которой диск действует на это тела в момент, когда оно находится на расстоянии $r = 30$ см от оси вращения.

2.57. Горизонтальный диск радиусом R вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его край. По периферии диска равномерно относительно него движется частица массы m . В момент, когда она оказывается на максимальном расстоянии от оси вращения, результирующая сил инерции

$F_{ин}$, действующих на частицу, в системе отсчета «диск» обращается в нуль. Найти: а) ускорение a частицы относительно диска; б) зависимость $F_{ин}$ от расстояния до оси вращения.

2.58. Горизонтально расположенный гладкий стержень AB вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 2$ рад/сек вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец A . По стержню свободно скользит муфточка массы $m = 0,5$ кг, движущаяся из точки A с начальной скоростью $v_0 = 1$ м/сек. Найти силу Кориолиса (в системе отсчета «стержень») в момент, когда муфточка оказалась на расстоянии $r = 50$ см от оси вращения.

2.59. На экваторе с высоты $h = 500$ м на поверхность Земли падает тело (без начальной скорости относительно Земли). Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти, на какое расстояние и в какую сторону отклонится от вертикали тело при падении.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

- Момент инерции материальной точки:

$$I = mr^2,$$

где m – масса точки; r – расстояние до оси вращения.

- Момент инерции системы (тела):

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2,$$

- где r_i – расстояние материальной точки массой m_i – до оси вращения. В случае непрерывного распределения масс

$$I = \int_V r^2 dm.$$

- Моменты инерции некоторых однородных тел правильной геометрической формы (m – масса тела):

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиуса R	То же	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
То же	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

- Теорема Штейнера:

$$I = I_C + ma^2,$$

где I_C – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс; I – момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии a ; m – масса тела.

- Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$T_{ap} = \frac{I_z \omega^2}{2},$$

где I_z – момент инерции тела относительно оси z ; ω – его угловая скорость

- Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$T = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I_C\omega^2,$$

где m – масса тела; v_C – скорость центра масс тела; I_C – момент инерции относительно оси, проходящей через его центр масс; ω – угловая скорость тела.

- Момент силы относительно неподвижной точки:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{r} \times \mathbf{F}],$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\mathbf{F}$. Модуль момента силы:

$$M = Fl,$$

где l – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

- Работа при вращении тела:

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела; M_z – момент силы относительно оси z .

- Момент импульса (момент количества движения) системы материальных точек относительно оси вращения:

$$K_z = \sum_{i=1}^N m_i r_i v_i = I_z \omega,$$

где r_i – расстояние от оси z до отдельной частицы с импульсом $m_i v_i$; I_z – момент инерции системы относительно оси z ; ω – угловая скорость системы.

- Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси (уравнение моментов):

$$\frac{dK}{dt} = M, \quad I_z \frac{d\omega}{dt} = I_z \varepsilon = M_z,$$

где ε – угловое ускорение; I_z – момент инерции тела относительно оси z .

- Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы:

$$K = \text{const}.$$

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

3.1. К ободу однородного диска радиусом $R = 0,2$ м приложена постоянная касательная сила $F = 98,1$ н. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{тр} = 4,9$ н·м. Найти массу m диска, если известно, что он вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 100$ рад/с².

3.2. Однородный стержень длиной 1 м и массой 0,5 кг вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением вращается стержень, если вращающий момент равен $9,81 \cdot 10^{-2} \text{ н} \cdot \text{м}$?

3.3. Два шара радиусом $r_1 = r_2 = 5 \text{ см}$ закреплены на концах тонкого стержня, вес которого значительно меньше веса шаров. Расстояние между центрами шаров $R = 0,5 \text{ м}$. Масса каждого шара $m = 1 \text{ кг}$. Найти момент инерции I этой системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно его длине.

3.4. К ободу колеса, имеющего форму диска, радиусом $R = 0,5 \text{ м}$ и массой $m = 5 \text{ кг}$ приложена касательная сила в 98 н. Найти: 1) угловое ускорение колеса; 2) через сколько времени после начала действия силы колесо будет иметь скорость, соответствующую 100 об/сек.

3.5. Маховик радиусом $R = 0,5 \text{ м}$ и массой $m = 10 \text{ кг}$ соединен с мотором при помощи приводного ремня. Натяжение ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно $T = 98 \text{ Н}$. Какое число оборотов в секунду будет делать маховик через $\Delta t = 10 \text{ сек}$ после начала движения. Маховик считать однородным диском.

3.6. Две гири весом $P_1 = 2 \text{ кГ}$ и $P_2 = 1 \text{ кГ}$ соединены нитью и перекинуты через блок весом $P = 1 \text{ кГ}$. Найти ускорение a , с которым движутся гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.7. Через блок весом $P = 1 \text{ кГ}$ перекинута нить с привязанными к ней гирями весом $P_1 = 1 \text{ кГ}$ и $P_2 = 2 \text{ кГ}$. Найти натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.8. На барабан радиусом $R = 20$ см, момент инерции которого равен $I = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, намотан шнур, к которому привязан груз $P_1 = 0,5 \text{ кГ}$. До начала вращения барабана высота груза P_1 над полом равна $h = 1$ м. Через сколько времени груз коснется пола?

3.9. Диск весом в 2 кГ катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью 4 м/с . Найти кинетическую энергию диска.

3.10. На барабан радиусом $R = 20$ см, момент инерции которого равен $I = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, намотан шнур, к которому привязан груз $P_1 = 0,5 \text{ кГ}$. До начала вращения барабана высота груза P_1 над полом равна $h = 1$ м. Найти кинетическую энергию груза в момент удара о пол.

3.11. Шар диаметром 6 см катится без скольжения по горизонтальной плоскости, делая 4 об/с . Масса шара $0,25 \text{ кг}$. Найти кинетическую энергию шара.

3.12. Обруч и диск имеют одинаковый вес P и катятся без скольжения с одинаковой линейной скоростью v . Кинетическая энергия обруча равна $W_1 = 39,2 \text{ н} \cdot \text{м}$. Найти кинетическую энергию W_2 диска.

3.13. Кинетическая энергия вала, вращающегося с постоянной угловой скоростью, соответствующей 5 об/с , равна 60 дж . Найти момент количества движения этого вала.

3.14. Небольшой шарик массы m , подвешенный на нити, отвели в сторону так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, и затем отпустили. Найти полное ускорение шарика и натяжение нити в зависимости от θ — угла отклонения нити от вертикали.

3.15. Небольшой шарик массы m , подвешенный на нити, отвели в сторону так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, и затем отпустили. Найти натяжение нити в

момент, когда вертикальная составляющая скорости шарика максимальна.

3.16. Небольшой шарик массы m , подвешенный на нити, отвели в сторону так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, и затем отпустили. Найти угол θ между нитью и вертикалью в момент, когда вектор полного ускорения шарика направлен горизонтально.

3.17. Частица массы m движется по окружности радиуса R . Найти модуль среднего вектора силы, действующей на частицу на пути, равном четверти окружности, если частица движется равномерно со скоростью v .

3.18. Частица массы m движется по окружности радиуса R . Найти модуль среднего вектора силы, действующей на частицу на пути, равном четверти окружности, если частица движется с постоянным тангенциальным ускорением a_t без начальной скорости.

3.19. Найти момент инерции и момент количества движения земного шара относительно оси вращения.

3.20. Через цилиндрический блок массы m и радиуса R перекинута нить с привязанными на ее концах телами массами m_1 и m_2 . Скольжения нити и трения в оси блока нет. Найти угловое ускорение блока.

3.21. Через блок массы m и радиуса R перекинута нить с привязанными на ее концах телами массами m_1 и m_2 . Скольжения нити и трения в оси блока нет. Найти отношение натяжений T_1/T_2 вертикальных участков нити в процессе движения.

3.22. Маховик с начальной угловой скоростью ω_0 начинает тормозиться силами, момент которых относительно его оси пропорционален квадратному корню из его угловой

скорости. Найти среднюю угловую скорость маховика за все время торможения.

3.23. Два горизонтальных диска свободно вращаются вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Моменты инерции дисков относительно этой оси равны I_1 и I_2 , а угловые скорости — ω_1 и ω_2 . После падения верхнего диска на нижний оба диска благодаря трению между ними начали через некоторое время вращаться как единое целое. Найти установившуюся угловую скорость вращения дисков.

3.24. Два горизонтальных диска свободно вращаются вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Моменты инерции дисков относительно этой оси равны I_1 и I_2 , а угловые скорости — ω_1 и ω_2 . После падения верхнего диска на нижний оба диска благодаря трению между ними начали через некоторое время вращаться как единое целое. Найти работу, которую совершили при этом силы трения.

КОЛЕБАНИЯ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

- Уравнение гармонических колебаний и его решение:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где x — колеблющаяся величина; ω_0 — собственная частота

колебаний с амплитудой A и начальной фазой φ_0 .

- Скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = \frac{dx}{dt} = A \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A \omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x.$$

- Сила, под действием которой точка массы m совершает гармоническое колебание:

$$F = ma = -mA \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -m \omega_0^2 x = -kx.$$

- Кинетическая энергия колеблющейся точки массы m :

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

- Потенциальная энергия:

$$P = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

- Полная энергия:

$$E = \frac{mA^2 \omega_0^2}{2},$$

- Уравнение затухающих колебаний и его решение:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где h – коэффициент затухания; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}$ – частота затухающих колебаний.

- Уравнение вынужденных колебаний и его установившееся решение:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t, \quad x = A \cos(\omega t - \varphi),$$

где $A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2}}$, $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2h\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

- Резонансная частота и резонансная амплитуда:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2h^2}, \quad A_{\text{рез}} = \frac{f_0}{2h\sqrt{\omega_0^2 - h^2}}$$

- Амплитуда A результирующего колебания, получающегося при сложении двух гармонических колебаний одинакового направления и одинаковой частоты:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где A_1 и A_2 – амплитуды складываемых колебаний; φ_1 и φ_2 – их начальные фазы.

- Начальная фаза результирующего колебания:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

4.1. Частица совершает гармоническое колебание вдоль оси x около положения равновесия $x = 0$. Частота колебаний $\omega = 4$ рад/с. В некоторый момент времени координата частицы $x_0 = 25$ см и ее скорость $v_0 = 100$ см/с. Найти координату x и скорость v_x частицы через $t = 2,4$ сек после этого момента.

4.2. Найти круговую частоту и амплитуду гармонических колебаний частицы, если на расстояниях x_1 и x_2 от по-

ложения равновесия ее скорость равна соответственно v_1 и v_2 .

4.3. Точка совершает гармоническое колебание вдоль некоторой прямой с периодом $T = 0,6$ сек и амплитудой $a = 10$ см. Найти среднюю скорость точки за время, в течение которого она проходит путь $a/2$ из крайнего положения.

4.4. Точка совершает гармоническое колебание вдоль некоторой прямой с периодом $T = 0,6$ сек и амплитудой $a = 10$ см. Найти среднюю скорость точки за время, в течение которого она проходит путь $a/2$ из положения равновесия.

4.5. В момент $t = 0$ точка начинает совершать колебания вдоль оси x по закону $x = a \sin \omega t$. Найти за первые $3/8$ периода после начала движения среднее значение проекции ее вектора скорости $\langle v_x \rangle$.

4.6. В момент $t = 0$ точка начинает совершать колебания вдоль оси x по закону $x = a \sin \omega t$. Найти за первые $3/8$ периода после начала движения модуль среднего вектора скорости $\langle v \rangle$.

4.7. В момент $t = 0$ точка начинает совершать колебания вдоль оси x по закону $x = a \sin \omega t$. Найти за первые $3/8$ периода после начала движения среднее значение модуля скорости.

4.8. Частица движется вдоль оси по закону $x = \cos \omega t$. Найти путь, который она пройдет за промежуток времени от $t = 0$ до t .

4.9. В момент $t = 0$ частица начинает двигаться вдоль оси x так, что проекция ее скорости меняется по закону $v_x = 35 \cos \pi t$ см/с, где t в секундах. Найти путь, который пройдет эта частица за первые $t = 2,8$ сек после начала движения.

4.10. Найти амплитуду a колебаний, которые возникают при сложении следующих колебаний одного направления: $x_1 = 3\cos(\omega t + \pi/3)$, $x_2 = 8\sin(\omega t + \pi/6)$.

4.11. Найти амплитуду a колебаний, которые возникают при сложении следующих колебаний одного направления: $x_1 = 3\cos\omega t$, $x_2 = 5\cos(\omega t + \pi/4)$, $x_3 = 6\sin\omega t$.

4.12. Точка движется в плоскости xu по закону $x = a\sin\omega t$, $y = b\cos\omega t$, где a , b и ω — положительные постоянные. Найти уравнение траектории точки $y(x)$ и направление ее движения по этой траектории.

4.13. Точка движется в плоскости xu по закону $x = A\sin\omega t$, $y = B\cos\omega t$, где A , B и ω — положительные постоянные. Найти ускорение точки a в зависимости от ее радиус-вектора r относительно начала координат.

4.14. Найти уравнение траектории точки $y(x)$, если она движется по закону $x = a\sin\omega t$, $y = \sin 2\omega t$. Изобразить график этой траектории.

4.15. Найти уравнение траектории точки $y(x)$, если она движется по закону $x = a\sin\omega t$, $y = \cos 2\omega t$. Изобразить график этой траектории.

4.16. Частица массы m находится в одномерном потенциальном поле, где ее потенциальная энергия зависит от координаты x как $U(x) = U_0(1 - \cos ax)$, U_0 и a — некоторые постоянные. Найти период малых колебаний частицы около положения равновесия.

4.17. Частица массы m находится в одномерном потенциальном поле, где ее потенциальная энергия зависит от координаты x как $U(x) = a/x^2 - b/x$, где a и b — некоторые постоянные. Найти период малых колебаний частицы около положения равновесия.

4.18. Определить период малых колебаний математического маятника — шарика, подвешенного на нити длины $l = 20$ см, — если он находится в жидкости, плотность которой в $\eta = 3$ раза меньше плотности шарика. Сопротивление жидкости считать пренебрежимо малым.

4.19. К нерастянутой пружине, верхний конец которой закреплен, подвесили и без толчка отпустили тело массы m . Жесткость пружины k . Пренебрегая ее массой, найти закон движения тела $y(t)$, где y — его смещение из начального положения.

4.20. К нерастянутой пружине, верхний конец которой закреплен, подвесили и без толчка отпустили тело массы m . Жесткость пружины k . Пренебрегая ее массой, найти максимальное и минимальное натяжения пружины в процессе движения.

4.21. Частица массы m движется под действием силы $\mathbf{F} = -\alpha \mathbf{r}$, где α — положительная постоянная, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор частицы относительно начала координат. Найти траекторию ее движения, если в начальный момент времени $\mathbf{r} = r_0 \mathbf{i}$ и скорость $\mathbf{v} = v_0 \mathbf{j}$, где $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — орты осей x и y .

4.22. Физический маятник установили так, что его центр тяжести оказался над точкой подвеса. Из этого положения маятник начал двигаться к положению устойчивого равновесия, которое он прошел с угловой скоростью Ω . Пренебрегая трением, найти период малых колебаний этого маятника.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

- Напряженность E и потенциал φ поля точечного заряда q :

$$E = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{r^3} \mathbf{r}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{r}.$$

- Связь между напряженностью и потенциалом поля:

$$E = -\nabla \varphi = -\text{grad} \varphi = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k} \right),$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – единичные орты декартовых координатных осей.

- Электрический момент диполя (дипольный момент):

$$\mathbf{p} = |q| \cdot \mathbf{l},$$

где $\mathbf{l}$ – плечо диполя.

- Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью

$$E = \frac{\sigma}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \mathbf{n},$$

где $\mathbf{n}$ – нормаль к плоскости.

- Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферой радиуса R с зарядом q на расстоянии r от центра сферы:

$$E = 0 \quad \text{при} \quad r < R \quad (\text{внутри сферы}),$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^3} \mathbf{r} \quad \text{при} \quad r \geq R \quad (\text{вне сферы})$$

- Напряженность поля, создаваемого объемно заряженным шаром радиуса R с зарядом q на расстоянии r от центра шара:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{R^3} \mathbf{r} \quad \text{при} \quad r < R \quad (\text{внутри шара}),$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^3} \mathbf{r} \quad \text{при} \quad r \geq R \quad (\text{вне шара}).$$

- Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженным бесконечным цилиндром радиуса R на расстоянии r от оси цилиндра.

$$\mathbf{E} = 0 \quad \text{при} \quad r < R \quad (\text{внутри цилиндра}),$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{2\lambda}{r^2} \mathbf{r} \quad \text{при} \quad r \geq R \quad (\text{вне цилиндра}).$$

- Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{или} \quad A_{12} = q \int_{(1)}^{(2)} \mathbf{E} d\mathbf{l}$$

- Напряженность электрического поля у поверхности проводника:

$$E_n = \sigma / \epsilon_0 \epsilon,$$

где σ поверхностная плотность зарядов.

- Поляризованность:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{V} \sum_n \mathbf{p}_n$$

где V – объем диэлектрика; $\mathbf{p}_n$ – дипольный момент n -ой молекулы.

- Поток поляризованности $\mathbf{P}$ через замкнутую поверхность S :

$$\oint_S \mathbf{P} d\mathbf{s} = -q',$$

где q' – алгебраическая сумма *связанных* зарядов внутри этой поверхности

- Вектор $\mathbf{D}$ и теорема Гаусса для него:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{s} = +q,$$

где q – алгебраическая сумма *сторонних* зарядов внутри замкнутой поверхности.

- Условия на границе раздела двух диэлектриков:

$$P_{2n} - P_{1n} = -\sigma', \quad D_{2n} - D_{1n} = \sigma, \quad E_{2\tau} = E_{1\tau},$$

где σ' и σ – поверхностные плотности связанных и сторонних зарядов, а орт нормали $\mathbf{n}$ направлен из среды 1 в среду 2.

- Для изотропных диэлектриков:

$$\mathbf{P} = \kappa \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad \mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \quad \varepsilon = 1 + \kappa.$$

- Емкость уединенного проводника:

$$C = Q/\varphi,$$

где Q – заряд, сообщенный проводнику; φ – потенциал проводника.

- Емкость плоского конденсатора:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon S/d,$$

где S – площадь каждой пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

- Емкость системы конденсаторов при последовательном и параллельном соединении:

$$\frac{1}{C} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{C_n}, \quad C = \sum_{n=1}^N C_n,$$

где C_n – емкость n -го конденсатора; N – число конденсаторов.

- Энергия уединенного заряженного проводника:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}.$$

- Энергия взаимодействия системы точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2} \sum Q_n \varphi_n,$$

где φ_n – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд Q_n , всеми зарядами, кроме n -го.

- Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q(\Delta\varphi)}{2} = \frac{Q^2}{2C},$$

где Q – заряд конденсатора; C – его емкость; $\Delta\varphi$ – разность потенциалов между обкладками.

- Объемная плотность энергии:

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D})}{2}.$$

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

5.1. На некотором расстоянии друг от друга находятся два одинаковых по модулю точечных заряда A и B . Считая напряженность поля положительной в направлении, совпадающем с положительным направлением оси x , определить знаки зарядов для каждого из представленных на рисунках распределений напряженности поля между зарядами.

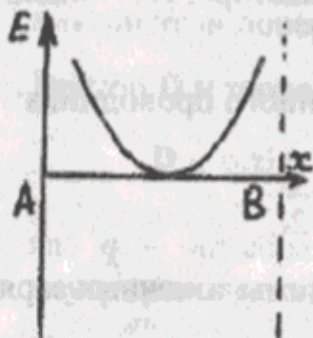


Рис. 5.1а.

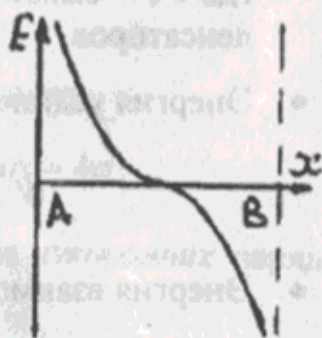


Рис. 5.1б.

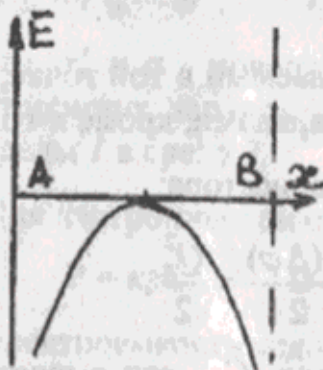


Рис. 5.1в.

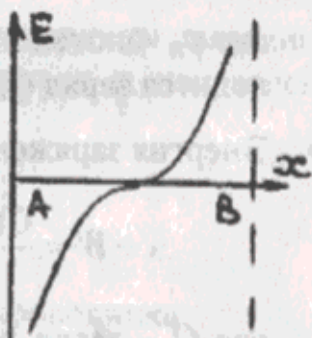


Рис. 5.1г.

5.2. Два положительно заряженных тела с зарядами 1,67 и 3,34 нКл находятся на расстоянии 20 см друг от друга. В какой точке на линии, соединяющей эти тела, надо поместить третье тело с зарядом -0,67 нКл, чтобы оно оказалось в равновесии? Массами тел пренебречь.

5.3. Три отрицательных заряда по 9 нКл каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд нужно поместить в центре треугольника, чтобы система находилась в равновесии?

5.4. Три заряда расположены в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника, причем у острых углов находятся заряды $+Q$ и $-Q$, а у прямого угла – заряд $+2Q$. Определить, какой из пронумерованных векторов совпадает с направлением напряженности поля в точке, находящейся на середине гипотенузы.

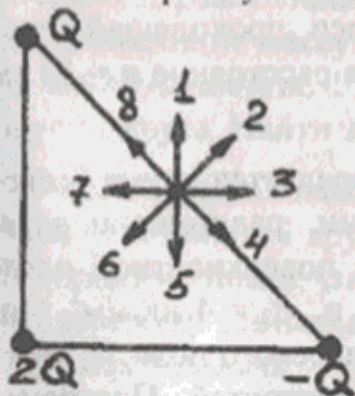


Рис. 5.2.

5.5. В трех вершинах квадрата со стороной 40 см находятся одинаковые положительные заряды по 5 нКл каждый. Найти напряженность поля в четвертой вершине.

5.6. Легкий бузиновый шарик, подвешенный на шелковой нити, притягивается палочкой. Значит ли это, что палочка была первоначально наэлектризована? А если бузиновый шарик от палочки отталкивается?

5.7. Два точечных заряда: отрицательный $-q$ с массой m и положительный Q с массой M расположены на расстоянии l друг от друга. Какой должна быть напряженность E внешнего электрического поля, чтобы заряды двигались с одинаковым ускорением a ? Чему равно это ускорение?

5.8. Определить поток Φ_E вектора напряженности электростатического поля через сферическую поверхность, охватывающую точечные заряды $Q_1 = 5$ нКл и $Q_2 = -2$ нКл.

5.9. Определить напряженность поля, создаваемого диполем с электрическим моментом $p = 10^{-9}$ Кл·м на расстоянии $r = 25$ см от центра диполя в направлении, перпендикулярном его оси.

5.10. Кольцо радиусом $r = 5$ см из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью $\lambda = 14$ нКл/м. Определить напряженность поля на оси, проходящей через центр кольца, в точке А, удаленной на расстояние $a = 10$ см от плоскости кольца.

5.11. Электростатическое поле создается двумя бесконечными параллельными плоскостями, равномерно заряженными одноименными зарядами с поверхностной плотностью соответственно $\sigma_1 = 2$ нКл/м² и $\sigma_2 = 4$ нКл/м². Определить напряженность электростатического поля: 1) между плоскостями; 2) за пределами плоскостей. Построить график изменения напряженности поля вдоль линий, перпендикулярной плоскостям.

5.12. Поле создано двумя равномерно заряженными концентрическими сферами с радиусами $R_1 = 5$ см и $R_2 = 8$ см. Заряды сфер соответственно равны $Q_1 = 2$ нКл и $Q_2 = -1$ нКл. Определить напряженность электрического поля в точках, лежащих от центра сфер на расстояниях: 1) $r_1 = 3$ см; 2) $r_2 = 6$ см; 3) $r_3 = 10$ см. Построить график зависимости $E(r)$.

5.13. По первоначальным представлениям Н. Бора электрон в атоме водорода движется по круговой орбите. Вычислить скорость движения электрона, если радиус его орбиты $0,5 \cdot 10^{-8}$ см.

5.14. Два точечных заряда 6,7 и -13,4 нКл находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Найти напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии 3 см от положительного заряда и 4 см от отрицательного.

5.15. Поле создано бесконечной вертикальной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 4 \text{ нКл/см}^2$, к которой подвешен на нити шарик массой 1 г и зарядом 1 нКл . Определить угол, образованный нитью и плоскостью.



5.16. Два одинаково заряженных шарика, имеющие массу $0,5 \text{ г}$ и подвешенные на нитях длиной по 1 м , разошлись на 4 см друг от друга. Найти заряд каждого шарика.

Рис. 5.3.

5.17. Два одинаковых положительных заряда находятся на расстоянии l друг от друга. Найти на прямой, перпендикулярной линии, соединяющей заряды и проходящей через середину этой линии, точки, в которых напряженность поля максимальна.

5.18. Длинный прямой провод, расположенный в вакууме, несет заряд, равномерно распределенный по всей длине провода с линейной плотностью $\lambda = 2 \text{ нКл/м}$. Определить напряженность E электростатического поля на расстоянии $r = 1 \text{ м}$ от провода.

5.19. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью $\lambda = 1 \text{ нКл/см}$. Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием нити вдоль линии напряженности с расстояния $r_1 = 1,5 \text{ см}$ до $r_2 = 1 \text{ см}$?

5.20. Кольцо радиусом $r = 5 \text{ см}$ из тонкой проволоки несет равномерно распределенный заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Определить потенциал φ электростатического поля: 1) в центре кольца; 2) на оси, проходящей через центр кольца, в точке, удаленной на расстояние $a = 10 \text{ см}$ от плоскости кольца.

5.21. С какой силой (на единицу площади) отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл/см² и $\sigma_2 = 6 \cdot 10^{-8}$ Кл/см²?

5.22. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии $a = 10$ см друг от друга. Линейная плотность зарядов на нитях одинакова и 10^{-7} Кл/см. Найти величину и направление напряженности результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 10 см от каждой нити.

5.23. Тонкий стержень длиной 20 см равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\lambda = 1$ нКл/см. Определить напряженность поля, созданного стержнем в точке A на продолжении его оси на расстоянии 10 см от ближнего конца, и силу взаимодействия стержня и заряда $q = 10^{-8}$ Кл, если его поместить в точку A .

5.24. Найти напряженность поля E и его потенциал φ на оси тонкого равномерно заряженного кольца.

5.25. Найти поле равномерно заряженного шара радиуса R , суммарный заряд которого равен Q .

5.26. Полый шар несет на себе равномерно распределенный заряд. Определить радиус шара, если потенциал φ_0 в центре шара равен 200 В, а в точке, лежащей от его центра на расстоянии $r = 50$ см, 40 В.

5.27. Электростатическое поле создается бесконечной прямой нитью, заряженной равномерно с линейной плотностью $\lambda = 50$ пКл/см. Определить числовое значение и направление градиента потенциала в точке на расстоянии $r = 0,5$ м от нити.

5.28. Электростатическое поле создается бесконечной плоскостью, равномерно заряженной с поверхностной плот-

ностью $\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях $x_1 = 20 \text{ см}$ и $x_2 = 50 \text{ см}$ от плоскости.

5.29. Полубесконечная прямая, равномерно заряженная нить имеет заряд λ на единицу длины. Найти модуль и направление напряженности поля в точке, которая отстоит от нити на расстоянии y и находится на перпендикуляре к нити, проходящем через ее конец.

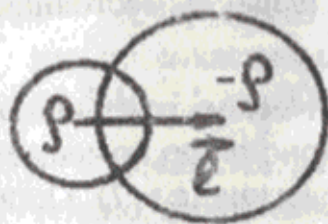


Рис. 5.4.

5.30. Найти напряженность E электрического поля в области пересечения двух шаров, равномерно заряженных разноименными по знаку зарядами с объемной плотностью ρ и $-\rho$, если расстояние между центрами шаров определяется вектором l .

5.31. Три точечных заряда Q_1 , Q_2 , Q_3 образуют электрически нейтральную систему, причем $Q_1 = Q_2 = 10 \text{ нКл}$. Заряды расположены в вершинах равностороннего треугольника. Определить максимальные значения напряженности E_{max} и потенциала φ_{max} , создаваемого этой системой зарядов на расстоянии $r = 1 \text{ м}$ от центра треугольника, длина a стороны которого равна 10 см .

5.32. Два шарика с зарядами $6,7$ и $13,4 \text{ нКл}$ находятся на расстоянии 40 см друг от друга. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы сблизить их до расстояния 25 см ?

5.33. Электрическое поле создано тонким стержнем, несущим равномерно распределенный по длине заряд с $\lambda = 0,1 \text{ мКл/м}$. Определить потенциал φ поля в точке, удаленной от концов стержня на расстояние, равное длине стержня.

5.34. Электростатическое поле создается сферой радиуса $R = 5$ см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м². Определить разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстояниях $r_1 = 10$ см и $r_2 = 15$ см от центра сферы.

5.35. Электростатическое поле создается шаром радиусом $R = 10$ см, равномерно заряженным с объемной плотностью $\rho = 20$ нКл/м³. Определить разность потенциалов между точками, лежащими внутри шара на расстояниях $r_1 = 2$ см и $r_2 = 8$ см от центра шара.

5.36. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0 = 700$ В/м перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная пластина ($\epsilon = 7$). Определить: 1) напряженность электростатического поля внутри пластины; 2) электрическое смещение; 3) поляризованность стекла; 4) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле.

5.37. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиуса $R = 1$ см, равномерно заряженным с линейной плотностью $\lambda = 20$ нКл/м. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстояниях $a_1 = 0,5$ см и $a_2 = 2$ см от поверхности цилиндра в средней его части.

5.38. Определить начальную скорость v_0 сближения протонов, находящихся на достаточно большом расстоянии друг от друга, если минимальное расстояние $r_{\min}$, на которое они могут сблизиться, равно 10^{-11} см.

5.39. Имеется бесконечная цепочка чередующихся зарядов q и $-q$. Расстояние между соседними зарядами равно a . Найти энергию взаимодействия каждого заряда со всеми остальными.

5.40. Потенциал некоторого электрического поля имеет вид $\varphi = \alpha(xy - z^2)$. Найти проекцию вектора $\mathbf{E}$ на направление вектора $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 3\mathbf{k}$ в точке $M(2, 1, -3)$.

5.41. Напряженность электрического поля зависит только от координат x и y как $\mathbf{E} = \alpha(x\mathbf{i} + y\mathbf{j})/(x^2 + y^2)$, где α – постоянная, $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ – орты осей OX и OY . Найти заряд внутри сферы радиуса R с центром в начале координат.

5.42. В атоме йода, находящемся на расстоянии $r = 1$ нм от α -частицы, индуцирован электрический момент $p = 1,5 \cdot 10^{-32}$ Кл·м. Определить поляризуемость β атома йода.

5.43. Всегда ли два одноименно, например, положительно, заряженных тела будут отталкиваться?

✓ 5.44. Между пластинами плоского конденсатора помещено два слоя диэлектрика – слюдяная пластинка ($\epsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 1$ мм и парафин ($\epsilon_2 = 2$) толщиной $d_2 = 0,5$ мм. Определить: 1) напряженности электростатических полей в слоях диэлектрика; 2) электрическое смещение, если разность потенциалов между пластинами конденсатора $U = 500$ В.

✓ 5.45. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 5$ мм, разность потенциалов $U = 1,2$ кВ. Определить: 1) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора; 2) поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике, если известно, что диэлектрическая восприимчивость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами $\chi = 1$.

5.46. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $U_1 = 500$ В. Площадь пластин $S = 200$ см², расстояние между ними $d = 1,5$ мм. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин ($\epsilon = 2$). Опре-

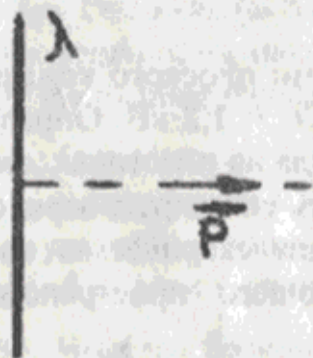
делить разность потенциалов U_2 между пластинами после внесения диэлектрика. Определить также емкости конденсатора C_1 и C_2 до и после внесения диэлектрика.

5.47. Два взаимно перпендикулярных бесконечно длинных проводника, несущих равномерно распределенные заряды с линейными плотностями λ_1 и λ_2 , находятся на расстоянии a друг от друга. Как зависит кулоновская сила взаимодействия между проводниками от расстояния a ?



Рис. 5.5.

5.48. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $x_1 = 1$ см от нити, до точки $x_2 = 4$ см, α -частица изменила свою скорость от $2 \cdot 10^5$ до $3 \cdot 10^6$ м/с. Найти линейную плотность заряда на нити.



5.49. На некотором расстоянии a от бесконечно длинного прямолинейного проводника с равномерно распределенным линейным зарядом λ находится диполь с электрическим моментом p . Считая плечо диполя весьма малым по сравнению с расстоянием a , определить силу, действующую на диполь.

Рис. 5.6.

5.50. Два шарика одинакового радиуса в 1 см и массой по $4 \cdot 10^{-5}$ кг подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Когда шарики зарядили, нити разошлись на некоторый угол

и натяжение нитей стало равно $T = 4,9 \cdot 10^{-4}$ Н. Найти потенциал заряженных шариков, если известно, что расстояние от точки подвеса до центра каждого шарика равно 10 см.

5.51. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиуса R , равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = 10$ нКл/м. Определить напряженность E и потенциал ϕ электрического поля, создаваемого таким распределением заряда в точке O , совпадающей с центром кривизны. Длина l нити составляет $1/3$ длины окружности и равна 15 см.

5.52. Определить напряженность электростатического поля на расстоянии $d = 1$ см от оси коаксиального кабеля, если радиус его центральной жилы $r_1 = 0,5$ см, а радиус оболочки $r_2 = 1,5$ см. Разность потенциалов между центральной жилой и оболочкой $U = 1$ кВ.

5.53. Два плоских воздушных конденсатора одинаковой емкости соединены параллельно и заряжены до разности потенциалов $U = 300$ В. Определить разность потенциалов этой системы, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить слюдой ($\epsilon = 7$).

5.54. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью 800 кг/м³. Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей на воздухе и в керосине был один и тот же. Диэлектрическая проницаемость керосина $\epsilon = 2$.

5.55. Внутренний цилиндрический проводник длинного прямого коаксиального провода радиусом $R_1 = 1,5$ мм заряжен с линейной плотностью $\lambda_1 = 0,20$ нКл/м. Внешний цилиндрический проводник этого провода радиусом $R_2 = 3$ мм заряжен с линейной плотностью $\lambda_2 = -0,15$ нКл/м. Про-

пространство между проводниками заполнено резиной ($\epsilon = 3$). Определить напряженность электростатического поля в точках, лежащих от оси провода на расстояниях: 1) $r_1 = 1$ мм; 2) $r_2 = 2$ мм; 3) $r_3 = 5$ мм.

5.56. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0 = 700$ В/м перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластинка ($\epsilon = 7$). Определить: 1) напряженность электростатического поля внутри пластины; 2) электрическое смещение внутри пластины; 3) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле.

✓ 5.57. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью $\rho = 5$ нКл/м³ по шару радиусом $R = 10$ см из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью $\epsilon = 5$. Определить напряженность электростатического поля на расстояниях $r_1 = 5$ см и $r_2 = 15$ см от центра шара.

5.58. Сплошной эбонитовый шар ($\epsilon = 3$) радиусом $R = 5$ см заряжен равномерно с объемной плотностью $\rho = 10$ нКл/м³. Определить энергию электростатического поля, заключенную внутри шара.

✓ 5.59. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0 = 700$ В/м перпендикулярно полю поместили стеклянную пластинку ($\epsilon = 7$) толщиной $d = 1,5$ мм и площадью $S = 200$ см². Определить: 1) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле; 2) энергию электростатического поля, сосредоточенную в пластинке.

5.60. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 100$ В. Площадь каждой пластины $S = 200$ см², расстояние между пластинами $d = 0,5$ мм, пространство между ними заполнено парафином ($\epsilon = 2$). Определить силу притяжения пластин друг к другу.

5.61. Между обкладками плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов 1,5 кВ, зажата парафиновая пластинка ($\epsilon = 2$) толщиной 5 мм. Определить поверхностную плотность связанных зарядов на парафине.

5.62. Точечный заряд q находится в вакууме на расстоянии l от плоской поверхности однородного диэлектрика, заполняющего все полупространство. Проницаемость диэлектрика ϵ . Найти: 1) Поверхностную плотность связанных зарядов как функцию расстояния r от точечного заряда q и исследовать полученный результат; 2) Суммарный связанный заряд на поверхности диэлектрика.

5.63. Почему окраска небольших предметов методом разбрызгивания краски экономически выгодна, а также безвредна для здоровья работающего, если между пульверизатором и предметом создать высокое напряжение?

5.64 Доказать, что при параллельном соединении конденсаторов

$$C_{\text{общ}} = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 + \dots + C_{N-1} + C_N = \sum_{n=1}^N C_n.$$

5.65. Доказать, что при последовательном соединении конденсаторов

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{U}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_{N-1}} + \frac{1}{C_N} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{C_n}.$$

5.66. Найти емкость сферического конденсатора с радиусами $R_1 < R_2$, который заполнен изотропным диэлектриком с проницаемостью $\epsilon = a/r$, где a – постоянная, r – расстояние от центра конденсатора.

5.67. 1000 одинаковых шарообразных капелек ртути заряжены до одного и того же потенциала $\varphi_1 = 1$ В. Каков

будет потенциал φ большой капли, получившейся в результате слияния этих капель?

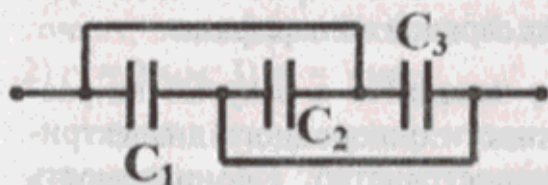


Рис. 5.7.

5.68. Найти емкость батареи конденсаторов, изображенной на рис. 5.7.

5.69. Определить C емкость батареи конденсаторов, изображенной на рис. 5.8. Емкость каждого конденсатора $C_1 = 1 \text{ мкФ}$.



Рис. 5.8.

5.70. Воздушный конденсатор емкостью C заполняют диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ . Какой конденсатор (какой емкости) надо включить последовательно с данным, чтобы такая батарея вновь имела емкость C ?

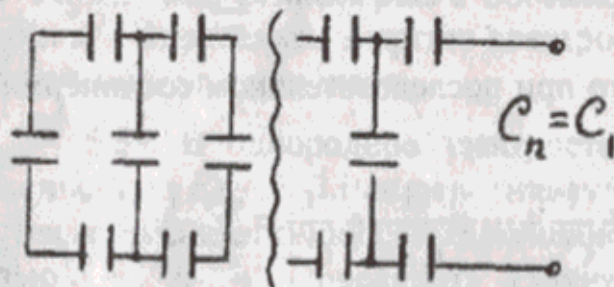


Рис. 5.9.

5.71. Найти емкость бесконечной цепочки (Рис. 5.9.), составленной из одинаковых конденсаторов емкостью C .

5.72. Длинный прямой провод расположен параллельно безграничной проводящей плоскости. Радиус сечения провода равен a , расстояние между осью провода и проводящей плоскостью — h . Найти взаимную емкость этой системы на единицу длины провода при условии $a \ll h$.

5.73. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на одинаковом расстоянии d друг от друга. Площадь каждой пластины равна S . Найти емкость

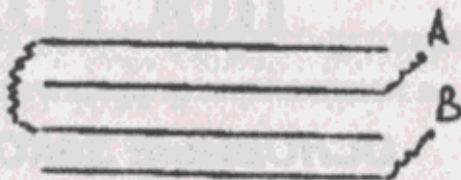


Рис. 5.10.

системы между точками A и B, если пластины соединены так, как показано на рис. 5.10.

5.74. Найти емкость C_{AB} изображенной на рис. 5.11 батареи конденсаторов, если она включается в цепь точками A и B.

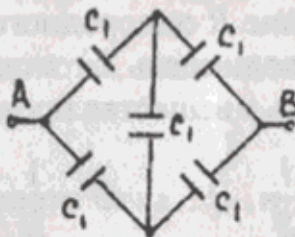


Рис. 5.11.

5.75. Найти разность потенциалов между точками A и B изображенной на рис. 5.12 схемы.

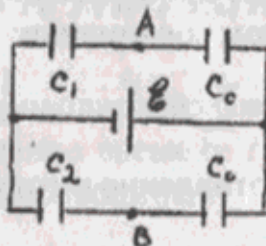


Рис. 5.12.

ПОСТОЯННЫЙ ТОК

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

- Сила и плотность электрического тока:

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad j = \frac{dI}{dS}, \quad \mathbf{j} = ne\langle \mathbf{v} \rangle,$$

где S – площадь поперечного сечения проводника;
 $\langle \mathbf{v} \rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения зарядов e в проводнике; n – концентрация зарядов.

- Сопротивление R однородного линейного проводника, его проводимость G и удельная электрическая проводимость γ вещества проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad G = \frac{1}{R}, \quad \gamma = \frac{1}{\rho},$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление материала проводника; S – площадь поперечного сечения проводника; l – его длина.

- Сопротивление проводников при последовательном и параллельном соединении:

$$R = \sum_{n=1}^N R_n, \quad \frac{1}{C} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{C_n}$$

где R_n – сопротивление n -го проводника; N – число проводников.

- Закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}$$

где U_{12} – напряжение на участке цепи с сопротивлением R ; $\mathcal{E}_{12}$ – ЭДС источников тока, входящих в участок.

- Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*),$$

где $\mathbf{E}^*$ – напряженность поля сторонних сил.

- Правила (законы) Кирхгофа:

$$\sum I_k = 0, \quad \sum_k I_k R_k = \sum \mathcal{E}_k.$$

- Закон Джоуля-Ленца:

$$dQ = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt,$$

где dQ – количество теплоты, выделяющееся в проводнике за время dt .

- Удельная мощность тока P_{y0} и удельная тепловая мощность тока q_{y0} :

$$P_{y0} = \mathbf{j} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*), \quad Q_{y0} = \rho j^2.$$

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

6.1. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I = 5$ А в течение времени $t = 5$ с. Определить заряд, прошедший через проводник.

6.2. Найти сопротивление R проволочного каркаса, имеющего форму куба (рис. 6.1), при включении его в цепь между точками: а) 1 - 7, б) 1 - 5, в) 1 - 3. Сопротивление каждого из ребер куба равно r .

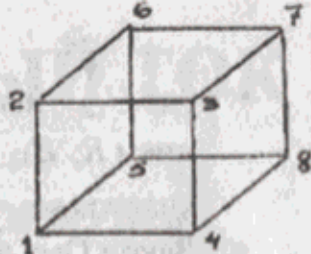


Рис. 6.1.

6.3. Определить суммарный импульс электронов в прямом проводе длиной $l = 500$ м, по которому течет ток $I = 5$ А.

6.4. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен стеклом с удельным сопротивлением $\rho = 100$ ГОм·м. Емкость конденсатора $C = 4,0$ нФ. Найти ток утечки через конденсатор при подаче на него напряжения $U = 2,0$ кВ.

6.5. Вольтметр, включенный в цепь последовательно с сопротивлением R_1 , показал напряжение $U_1 = 198$ В, а при включении последовательно с сопротивлением $R_2 = 2R_1 - U_2 = 180$ В. Определить сопротивление R_1 и напряжение в сети, если сопротивление вольтметра $R_v = 900$ Ом.

6.6. По алюминиевому проводу сечением $S = 0,2$ мм² течет ток $I = 0,2$ А. Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля. Удельное сопротивление алюминия $\rho = 26$ нОм·м.

6.7. Металлический шар радиуса a окружен концентрической тонкой металлической оболочкой радиуса b . Пространство между этими электродами заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ . Найти сопротивление межэлектродного промежутка. Исследовать полученное выражение при $b \rightarrow \infty$.

6.8. Два цилиндрических проводника одинакового сечения, но с разными удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 ,

прижаты торцами друг к другу. Найти заряд на границе раздела данных проводников, если в направлении от проводника 1 к проводнику 2 течет ток I .

6.9. Конденсатор емкости $C = 400$ пФ подключили через сопротивление $R = 650$ Ом к источнику постоянного напряжения U_0 . Через сколько времени напряжение на конденсаторе составит $U = 0,9 U_0$?

6.10. Два последовательно соединенных источника тока одинаковой ЭДС имеют различные внутренние сопротивления r_1 и r_2 , причем $r_1 < r_2$. Найти внешнее сопротивление R , при котором разность потенциалов на клеммах одного из источников (какого именно?) станет равной нулю.

6.11. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление источника, эквивалентного двум параллельно соединенным элементам с ЭДС $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ и внутренними сопротивлениями r_1

и r_2 .

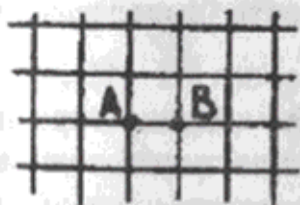


Рис. 6.2.

и B.

6.12. Имеется безграничная проволочная сетка с квадратными ячейками (рис. 6.2). Сопротивление каждого проводника между соседними узлами равно r . Найти сопротивление R этой сетки между точками A

6.13. Имеется проводник, у которого известны сопротивление R , не зависящее от температуры, и общая теплоемкость C . В момент времени $t = 0$ его подключили к постоянному напряжению U . Найти зависимость от времени температуры T проводника, считая, что тепловая мощность, отдаваемая им в окружающее пространство $q = k(T - T_0)$, где k – постоянная, T_0 – температура окружающей среды (она же и температура проводника в начальный момент).

✓ 6.14. Найти ток, протекающий через сопротивление R_1 (рис. 6.3), если сопротивления $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$ и потенциалы точек 1, 2, 3 равны соответственно $\varphi_1 = 10 \text{ В}$, $\varphi_2 = 6 \text{ В}$, $\varphi_3 = 5 \text{ В}$.

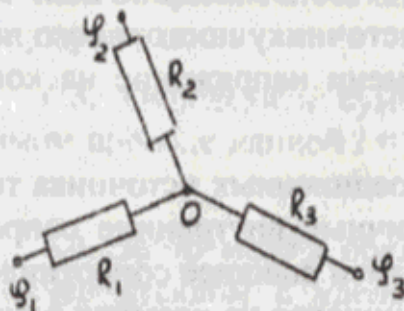


Рис. 6.3

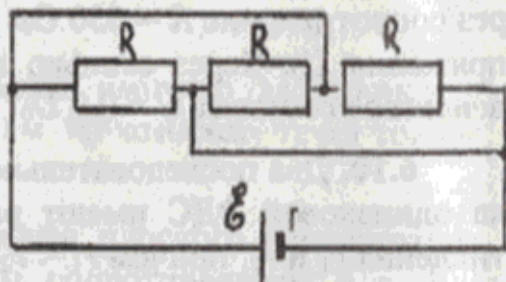


Рис. 6.4.

✗ 6.15. К источнику постоянного тока с внутренним сопротивлением r подключили три одинаковых сопротивления R , соединенных между собой, как показано на рис. 6.4. При каком значении R тепловая мощность, выделяемая на этом участке, будет максимальна?

✧ 6.16. Между обкладками плоского конденсатора помещена параллельно им металлическая пластинка, толщина которой составляет $\eta = 0,60$ расстояния между обкладками. Емкость конденсатора в отсутствие пластинки $C = 20 \text{ нФ}$. Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения $U = 100 \text{ В}$. Пластинку медленно извлекли из конденсатора. Найти: а) приращение энергии конденсатора; б) механическую работу, затраченную на извлечение пластинки.

6.17. В схеме (рис. 6.5) емкость каждого конденсатора равна C и сопротивление — R . Один из конденсаторов зарядили до напряжения U_0 , а затем в момент $t = 0$ замкнули ключ K . Найти: а) ток I в цепи как функцию времени t ; б) количество тепла, зная зависимость $I(t)$.

6.18. Однородный пучок протонов, ускоренных разностью потенциалов $U = 600$ кВ, имеет круглое сечение радиуса $R_0 = 5,0$ мм. Найти напряженность электрического поля на поверхности пучка и разность потенциалов между поверхностью и осью пучка при токе $I = 50$ мА.

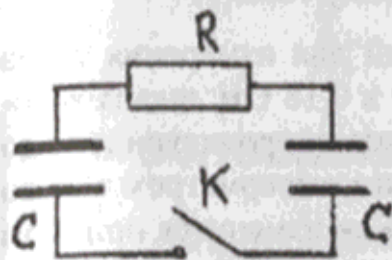


Рис. 6.5.

6.19 Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 120$ Ом равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до $I_{\max} = 5$ А за время $\tau = 15$ с. Определить количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике.

6.20. Плотность электрического тока в медном проводе равна 10 А/см². Определить удельную тепловую мощность тока, если удельное сопротивление меди $\rho = 17$ нОм·м.

6.21. В изображенной на рис. 6.6 схеме $R_1 = R_2 = R_3 = 100$ Ом. Вольтметр показывает $U_V = 200$ В, сопротивление вольтметра $R_V = 800$ Ом. Определить ЭДС батареи, пренебрегая ее сопротивлением.

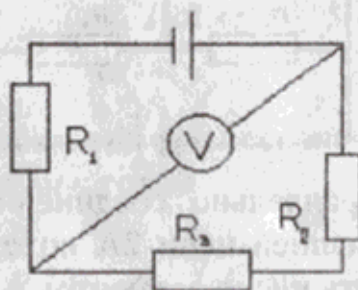
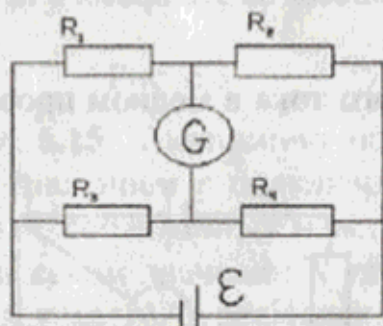


Рис. 6.6.

6.22. Конденсатор, заполненный диэлектриком с проницаемостью $\epsilon = 2,1$ теряет за время $\tau = 3,0$ мин половину сообщенного ему заряда. Предполагая, что утечка заряда происходит только через диэлектрическую прокладку, вычислить ее удельное сопротивление.

6.23. Даны четыре элемента с ЭДС $1,5 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 0,2 \text{ Ом}$. Как нужно соединить эти элементы, чтобы получить от собранной батареи наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление $R = 0,2 \text{ Ом}$? Определить максимальную силу тока.

6.24. Имеется предназначенный для измерения токов до 10 А амперметр сопротивлением в $0,18 \text{ Ом}$, шкала которого разделена на 100 делений. Какое сопротивление надо взять и как его включить, чтобы этим амперметром можно было измерить силу тока до 100 А ? Как изменится при этом цена деления шкалы амперметра?



6.25. На рис. 6.7 $\mathcal{E} = 2 \text{ В}$, $R_1 = 60 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $R_3 = R_4 = 20 \text{ Ом}$ и $R_G = 100 \text{ Ом}$. Определить силу тока I_G , протекающего через гальванометр.

Рис. 6.7.

6.26. Батарея состоит из параллельно соединенных элементов. При силе тока во внешней цепи 2 А полезная мощность равна 7 Вт . Определить число элементов в батарее, если ЭДС каждого элемента $5,5 \text{ В}$, а внутреннее сопротивление 5 Ом .

6.27. Сколько тепла выделится в спирали сопротивлением R при прохождении через нее заряда q , если ток в спирали: а) равномерно убывал до нуля в течение времени Δt ; б) монотонно убывал до нуля так, что за каждые Δt секунд он уменьшался вдвое?

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

- Магнитное поле точечного заряда q , движущегося с нерелятивистской скоростью v :

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\mathbf{v} \times \mathbf{r}]}{r^3},$$

- Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\mathbf{j} \times \mathbf{r}]}{r^3} dV, \quad \text{или} \quad d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\mathbf{l} \times \mathbf{r}]}{r^3}.$$

- Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R},$$

где R – расстояние от оси проводника.

- Магнитная индукция в центре кругового проводника с током:

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R},$$

где R – радиус кривизны проводника.

- Циркуляция вектора $\mathbf{B}$ и теорема Гаусса для него:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{n=1}^N I_n, \quad \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0,$$

где $d\mathbf{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура; $B_l = B \cos \alpha$ – составляющая вектора $\mathbf{B}$ в направлении касательной к контуру L произвольной формы (с учетом выбранного направления обхода); α – угол между векторами $\mathbf{B}$ и $d\mathbf{l}$;

$\sum_{n=1}^N I_n$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром.

- Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через площадку dS :

$$d\Phi_S = \mathbf{B} d\mathbf{S} = B_n dS.$$

- Сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}].$$

- Сила Ампера:

$$d\mathbf{F} = [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] dV \quad \text{или} \quad d\mathbf{F} = I[d\mathbf{l} \times \mathbf{B}].$$

- Сила взаимодействия двух прямых бесконечных прямолинейных параллельных проводников с токами I_1 и I_2 :

$$dF = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl,$$

где R – расстояние между проводниками; dl – отрезок проводника.

- Сила и момент сил, действующих на магнитный диполь $\mathbf{p}_m = I\mathbf{S}\mathbf{n}$.

$$\mathbf{F} = p_m \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial n}, \quad \mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \times \mathbf{B}],$$

где $\partial \mathbf{B} / \partial n$ – производная вектора $\mathbf{B}$ по направлению диполя.

- Циркуляция вектора намагниченности $\mathbf{J}$:

$$\oint_L \mathbf{J} d\mathbf{l} = I',$$

где I' – суммарный молекулярный ток.

- Вектор $\mathbf{H}$ и его циркуляция:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J}, \quad \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_{n=1}^N I_n,$$

где $\sum_{n=1}^N I_n$ – алгебраическая сумма макроскопических токов, охватываемых контуром.

- Условия на границе раздела двух магнетиков:

$$B_{1n} = B_{2n}, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau}.$$

- Для линейных магнетиков, у которых $\mathbf{J} = \kappa \mathbf{H}$:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad \mu = 1 + \kappa.$$

- Магнитный поток, создаваемый током в контуре с индуктивностью:

$$\Phi = LI.$$

- Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле:

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

- Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле:

$$dA = Id\Phi' ,$$

где $d\Phi'$ – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

- Закон электромагнитной индукции Фарадея:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

- ЭДС самоиндукции:

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt} .$$

- ЭДС взаимной индукции (ЭДС, индуцируемая изменением силы тока в соседнем контуре):

$$\mathcal{E}_{12} = -L_{12} \frac{dI_1}{dt} .$$

- Собственная энергия тока и взаимная энергия двух токов:

$$W = \frac{LI^2}{2} , \quad W_{12} = L_{12}I_1I_2 .$$

- Объемная плотность энергии магнитного поля:

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{(\mathbf{B} \cdot \mathbf{H})}{2} .$$

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

7.1. Имеется три бесконечно длинных прямолинейных и параллельных проводника A , B и C с текущими в одном направлении токами. Расстояние между проводниками $AB = BC = 5$ см; $I_A = I_B = I$, $I_C = 2I$. Найти точку на прямой AC , в которой напряженность магнитного поля, вызванного токами, равна нулю.

7.2. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл находится прямоугольная рамка длиной $a = 8$ см и шириной $b = 5$ см, содержащая $N = 100$ витков тонкой проволоки. Ток в рамке $I = 1$ А, а плоскость рамки параллельна линиям магнитной индукции. Определить: 1) магнитный момент рамки; 2) вращающий момент, действующий на рамку.

7.3. Ток I течет по тонкому проводнику, который имеет вид правильного n -угольника, вписанного в окружность радиуса R . Найти магнитную индукцию в центре данного контура. Исследовать полученное выражение при $n \rightarrow \infty$.

7.4. Ток в 20 А идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии 10 см.

7.5. Определить индукцию магнитного поля в центре проволочной квадратной рамки со стороной $a = 15$ см, если по рамке течет ток $I = 5$ А.

7.6. В центре кругового проволочного витка создается магнитное поле H при разности потенциалов U на концах витка. Как нужно изменить приложенную разность потенциалов, чтобы получить вдвое большую напряженность по-

ля в центре витка вдвое большего радиуса, сделанного из той же проволоки?

7.7. Определить магнитную индукцию в центре кругового проволочного витка радиусом $R = 10$ см, по которому течет ток $I = 1$ А.

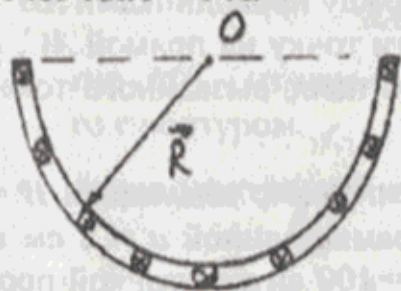


Рис. 7.1.

7.8. Ток I течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса R . Найти индукцию магнитного поля в точке O .

7.9. Однородный ток плотности j течет внутри неограниченной пластины толщины $2d$ параллельно ее поверхности. Найти индукцию магнитного поля этого тока как функцию расстояния x от средней плоскости пластины. Магнитную проницаемость всюду считать равной единице.

7.10. По круговому контуру течет ток $I = 2$ А. При этом в центре контура образуется магнитное поле напряженностью $H = 33$ А/м. Найти длину проволоки, из которой сделана рамка контура.

7.11. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток $I_1 = 10$ А. Под ним на расстоянии $R = 1,5$ см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток $I_2 = 1,5$ А. Определить, какова должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия $\rho = 2,7$ г/см³.

7.12. Найти плотность тока как функцию расстояния r от оси аксиально-симметричного потока электронов, если индукция магнитного поля внутри потока зависит от r как $B = hr^a$, где h и a – положительные постоянные.

7.13. Требуется получить напряженность магнитного поля H , равную 12,6 э, в соленоиде длиной $l = 20$ см и диаметром $D = 5$ см. Найти: 1) число ампер-витков, необходимое для этого соленоида; 2) разность потенциалов, которую необходимо приложить к концам обмотки, если для нее употребляется медная проволока диаметром $d = 0,5$ мм. Поле соленоида считать однородным.

7.14. Применяя закон Ампера для силы взаимодействия двух параллельных токов, вывести числовое значение магнитной постоянной μ_0 .

7.15. Постоянный ток $I = 10$ А течет по длинному прямому проводнику круглого сечения. Найти магнитный поток через одну из половин осевого сечения проводника в расчете на один метр.

7.16. В однородном магнитном поле, напряженность которого 1000 э, помещена прямоугольная рамка размером 5 x 10 см. Ее плоскость составляет с направлением поля угол 60° . Найти магнитный поток, пронизывающий рамку.

7.17. Электрон, обладая скоростью $v = 10$ Мм/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля $B = 0,1$ мТл. Определить нормальное и тангенциальное ускорения электрона.

7.18. Тонкий провод (с изоляцией) образует плоскую спираль из $N = 100$ плотно расположенных витков, по которым течет ток $I = 8$ мА. Радиусы внутреннего и внешнего витков равны $a = 50$ мм и $b = 100$ мм. Найти: а) индукцию магнитного поля в центре спирали; б) магнитный момент спирали при данном токе.



Рис. 7.2.

7.19. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 300 В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии 4 мм от него. Какая сила действует на электрон, если по проводнику пустить ток 5 А?

7.20. Электрон, обладая скоростью $v = 1$ Мм/с, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60^\circ$ к направлению поля и начинает двигаться по спирали. Напряженность магнитного поля $H = 1,5$ кА/м. Определить: 1) шаг спирали; 2) радиус витка спирали.

7.21. Два протона движутся параллельно друг другу с одинаковой скоростью $v = 300$ км/с. Найти отношение сил магнитного и электрического взаимодействия данных протонов.

7.22. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом 30° к направлению поля и движется по винтовой линии, радиус которой равен 1,5 см. Индукция магнитного поля равна $B = 10^3$ Гс. Найти кинетическую энергию протона.

7.23. Используя теорему о циркуляции вектора $\mathbf{B}$, рассчитать магнитную индукцию поля внутри соленоида (в вакууме), если число витков соленоида равно N и длина соленоида l .

7.24. Квадратная рамка с током $I = 0,90$ А расположена в одной плоскости с длинным прямым проводником, по которому течет ток $I_0 = 5,0$ А. Сторона рамки $a = 8,0$ см. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и отстоит от него на расстоянии, которое в $\eta = 1,5$ раза больше стороны рамки. Найти: а) амперову силу, действующую на рамку; б) механическую работу, которую нужно совершить для поворота рамки вокруг ее оси на 180° , если токи поддерживают неизменными.

7.25. На соленоид длиной 20 см и площадью поперечного сечения 30 см^2 надет проволочный виток. Соленоид имеет 320 витков и по нему течет ток 3 А. Какая средняя ЭДС индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение 0,001 с?

7.26. Внутри соленоида с числом витков $N = 200$ с никелевым сердечником ($\mu = 200$) напряженность однородного магнитного поля $H = 10 \text{ кА/м}$. Площадь поперечного сечения $S = 10 \text{ см}^2$. Определить: 1) магнитную индукцию поля внутри соленоида; 2) полный магнитный поток.

7.27. Проводящую плоскость с током поместили во внешнее однородное магнитное поле. В результате индукция магнитного поля с одной стороны плоскости оказалась B_1 , а с другой стороны B_2 . Найти магнитную силу, действующую на единицу поверхности плоскости в случаях, показанных на рисунках 3.3а – 3.3в. Выяснить, куда направлен ток в плоскости в каждом случае.

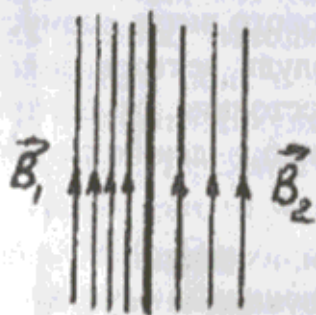


Рис. 3.3а.

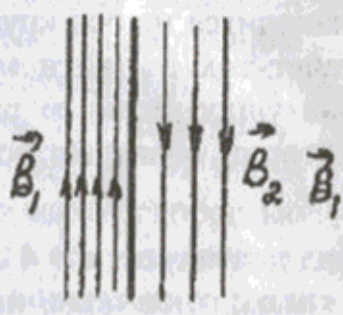


Рис. 3.3.б.



Рис. 3.3.в.

7.28. Соленоид длиной 50 см и площадью поперечного сечения 2 см^2 имеет индуктивность $2 \cdot 10^{-7} \text{ Гн}$. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 10^{-3} Дж/м^3 ?

7.29. Квадратный проводящий контур со стороной $l = 20$ см и током $I = 10$ А свободно подвешен в однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0,2$ Тл. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть контур на 180° вокруг оси, перпендикулярной направлению магнитного поля.

7.30. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого S и расстояние между ними d , поместили в поток проводящей жидкости с удельным сопротивлением ρ . Жидкость движется с постоянной скоростью v параллельно пластинам. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , причем вектор $\mathbf{B}$ параллелен пластинам и перпендикулярен к направлению потока. Пластины конденсатора замкнули на внешнее сопротивление R . Какая мощность выделяется на этом сопротивлении? При каком значении R выделяемая мощность будет максимальной? Чему она равна?

7.31. Небольшая катушка с током, имеющая магнитный момент $\mathbf{p}_m$, находится на оси кругового витка радиуса R , по которому течет ток I . Найти модуль вектора силы, действующей на катушку, если ее расстояние от центра витка равно x , а вектор $\mathbf{p}_m$ совпадает по направлению с осью витка.

7.32. Соленоид диаметром $d = 4$ см, имеющий $N = 500$ витков, помещен в магнитное поле, индукция которого изменяется со скоростью 1 мТл/с. Ось соленоида составляет с вектором магнитной индукции угол $\alpha = 45^\circ$. Определить ЭДС индукции, возникающей в соленоиде.

7.33. Постоянный ток I течет вдоль длинного однородного цилиндрического провода круглого сечения. Провод сделан из парамагнетика с магнитной восприимчиво-

стью χ . Найти: а) поверхностный молекулярный ток $I_{\text{пош}}$; б) объемный молекулярный ток $I_{\text{об}}$.

7.34. В однородном магнитном поле, индукция которого 0,25 Тл, находится плоская катушка радиусом 25 см, содержащая 75 витков. Плоскость катушки составляет угол 60° с направлением вектора индукции. Определить вращающий момент, действующий на катушку в магнитном поле, если по витку течет ток 3 А. Какую работу нужно совершить, чтобы удалить катушку из магнитного поля?

7.35. Когда нет перемещения тела, нет и работы в механическом смысле. На что же расходуется энергия, подводимая к электромагниту, когда он "держит" груз?

7.36. Две гладкие замкнутые металлические шины, расстояние между которыми равно 30 см, со скользящей перемычкой, которая может двигаться без трения, находятся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, перпендикулярном плоскости контура. Перемычка массой $m = 5$ г скользит вниз с постоянной скоростью $v = 0,5$ м/с. Определить сопротивление перемычки, пренебрегая самоиндукцией контура и сопротивлением остальной части контура.

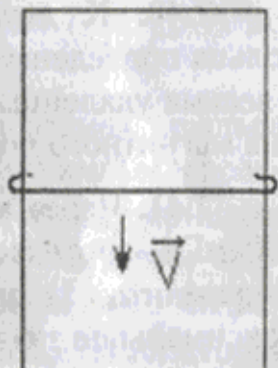


Рис. 7.4.

7.37. В однородном магнитном поле ($B = 0,2$ Тл) равномерно с частотой $n = 600$ мин $^{-1}$ вращается рамка, содержащая $N = 1200$ витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь рамки $S = 100$ см 2 . Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить максимальную ЭДС, индуцируемую в рамке.

7.38. Прямой проводник длиной 1,5 м, движущийся равноускоренно в однородном магнитном поле с начальной скоростью 3 м/с и ускорением 10 м/с^2 , переместился на расстояние 0,5 м. Найти среднюю ЭДС индукции в проводнике. Индукция магнитного поля равна 0,2 Тл и направлена перпендикулярно скорости движения проводника. Найти также мгновенное значение ЭДС индукции в проводнике в конце перемещения.

7.39. Длинный соленоид индуктивностью $L = 4 \text{ мГн}$ содержит $N = 600$ витков. Площадь поперечного сечения соленоида $S = 20 \text{ см}^2$. Определить магнитную индукцию поля внутри соленоида, если сила тока, протекающего по его обмотке, равна 6 А.

7.40. К двум произвольным точкам проволочного кольца подведены идущие радиально провода, соединенные с весьма удаленным источником тока. Показать, что индукция магнитного поля в центре кольца равна нулю.

7.41. Через катушку, индуктивность L которой равна 200 мГн, протекает зависящий от времени ток $I = 2\cos 3t$. Определить: 1) закон изменения ЭДС самоиндукции; 2) максимальное значение ЭДС самоиндукции.

7.42. Электроны, летящие в телевизионной трубке, обладают энергией 12 кэВ. Трубка ориентирована так, что электроны движутся горизонтально с юга на север. Вертикальная составляющая земного магнитного поля направлена вниз, и его индукция $B = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$. В каком направлении будет отклоняться электронный луч? Каково ускорение каждого электрона? На сколько отклонится пучок электронов, пролетев 20 см внутри электронной трубки?

7.43. Соленоид длиной $l = 0,8 \text{ м}$ имеет однослойную обмотку из алюминиевого провода массой $m = 400 \text{ г}$. Определить время релаксации τ для этого соленоида. Плотность

и удельное сопротивление алюминия равны соответственно $d = 2,7 \text{ г/см}^3$ и $\rho = 26 \text{ нОм}\cdot\text{м}$.

7.44. Между рельсами железнодорожного пути включен вольтметр. Над ним с постоянной скоростью проходит поезд. Каковы показания вольтметра при приближении поезда? при нахождении поезда над вольтметром? при удалении поезда? Магнитное поле Земли принять на данном участке однородным, с вертикальной составляющей $B_{\perp} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$. Ширина колеи 1,2 м. Скорость поезда 60 км/ч.

7.45. Две катушки намотаны на один сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1 = 0,12 \text{ Гн}$, второй — $L_2 = 3 \text{ Гн}$. Сопротивление второй катушки $R_2 = 300 \text{ Ом}$. Определить силу тока I_2 во второй катушке, если за время $\Delta t = 0,01 \text{ с}$ силу тока в первой катушке уменьшить от $I_1 = 0,5 \text{ А}$ до нуля.

7.46. Реактивный самолет, имеющий размах крыльев 50 м, летит горизонтально со скоростью 800 км/ч. Определить разность потенциалов, возникающую между концами крыльев, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна $B_{\perp} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$. Можно ли использовать эту разность потенциалов для измерения скорости полета самолета?

7.47. Обмотка электромагнита, находясь под постоянным напряжением, имеет сопротивление $R = 15 \text{ Ом}$ и индуктивность $L = 0,3 \text{ Гн}$. Определить время, за которое в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике.

7.48. Кусок провода длиной $l = 2 \text{ м}$ складывается вдвое и его концы замыкаются. Затем провод растягивается в квадрат так, что плоскость квадрата перпендикулярна горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Зем-

ли $B_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Тл. Какое количество электричества пройдет через контур, если его сопротивление $R = 1$ Ом?

7.49. По круговому контуру радиусом $r = 40$ см, погруженному в жидкий кислород, течет ток $I = 1$ А. Определить намагниченность в центре этого контура. Магнитная восприимчивость жидкого кислорода $\chi = 3,4 \cdot 10^{-3}$.

7.50. При включении магнитного поля, перпендикулярного к плоскости витка радиуса R , по витку протек заряд Q . Какой заряд протечет по витку, если его, при неизменном поле, сложить "восьмеркой", состоящей из двух окружностей, причем радиус меньшей окружности равен $R/4$? Плоскость "восьмерки" также перпендикулярна магнитному полю.

7.51. Колебательный контур содержит соленоид (длина $l = 5$ см, площадь поперечного сечения $S_1 = 1,5$ см², число витков $N = 500$) и плоский конденсатор (расстояние между пластинами $d = 1,5$ мм, площадь пластин $S = 100$ см²). Определить частоту ω собственных колебаний контура.

7.52. Металлический диск радиуса $R = 25$ см вращают с постоянной угловой скоростью $\omega = 130$ рад/с вокруг его оси. Найти разность потенциалов между центром и ободом диска, если: а) внешнего поля нет; б) имеется перпендикулярное к диску внешнее однородное магнитное поле с индукцией $B = 5,0$ мТ.

7.53. Колебательный контур содержит катушку с общим числом витков $N = 100$, индуктивностью $L = 10$ мкГн и конденсатор емкостью $C = 1$ нФ. Максимальное напряжение U_m на обкладках конденсатора составляет 100 В. Определить максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку.

7.54. Квадратная со стороной a и длинный прямой провод с током I находятся в одной плоскости на расстоянии x друг от друга. Рамку поступательно удаляют от тока с постоянной скоростью v . Найти ЭДС индукции в рамке как функцию расстояния x .

7.55. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 25$ мГн, конденсатор емкостью $C = 0.1$ мкФ и резистора сопротивлением $R = 20$ Ом. Определить, через сколько полных колебаний амплитуда тока в контуре уменьшится в e раз.

7.56. Металлический стержень массы m может вращаться вокруг горизонтальной оси O , скользя по кольцевому проводнику радиуса a . Схема находится в однородном магнитном поле с индукцией B , направленном перпендикулярно к плоскости кольца. Ось и кольцо подключены к источнику ЭДС, образуя цепь с сопротивлением R . Пренебрегая трением, индуктивностью цепи и сопротивлением кольца, найти, по какому закону должна изменяться ЭДС источника, чтобы стержень вращался с постоянной угловой скоростью ω .

7.57. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью $L = 0,1$ мГн, резистор сопротивлением $R = 3$ Ом, а также конденсатор емкостью $C = 10$ нФ. Определить среднюю мощность, потребляемую контуром, необходимую для поддержания в нем незатухающих колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе $U_m = 2$ В.

7.58. Определить полное сопротивление переменному току ($\nu = 50$ Гц) участка цепи, состоящего из параллельно включенного конденсатора емкостью $C = 10$ мкФ и резистора $R = 50$ Ом.

7.59. В цепи переменного тока (см. Рис. 7.5) с частотой

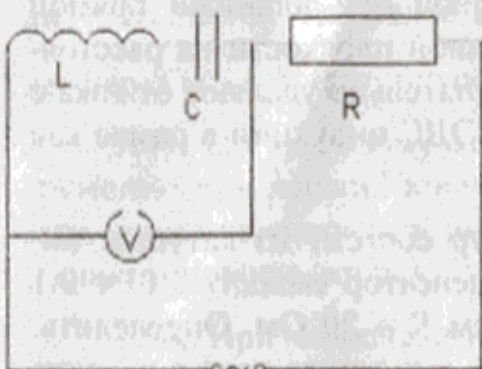


Рис. 7.5.

потребляемую колебательным контуром, при поддержании в нем незатухающих гармонических колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе $U_{mC} = 10$ В.

$\omega = 314$ рад/с вольтметр показывает нуль при $L = 0,2$ Гн. Определить емкость конденсатора.

7.60. Контур содержит конденсатор емкостью $C = 5$ нФ, катушку индуктивностью $L = 5$ мкГн и активное сопротивление $R = 0,1$ Ом. Определить среднюю мощность, по-

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

- Закон Бойля-Мариотта:

$$pV = \text{const} \quad \text{при} \quad T = \text{const}, \quad m = \text{const},$$

где p — давление, V — объем, T — термодинамическая температура, m — масса газа.

- Закон Гей-Люссака:

$$V = V_0(1 + \alpha t), \quad \text{или} \quad V_1/V_2 = T_1/T_2$$

$$\text{при} \quad p = \text{const}, \quad m = \text{const},$$

$$p = p_0(1 + \alpha t), \quad \text{или} \quad p_1/p_2 = T_1/T_2$$

при $V = \text{const}$, $m = \text{const}$,

где t – температура по шкале Цельсия, V_0 и p_0 – соответственно объем и давление при 0°C , $\alpha = 1/273 \text{ K}^{-1}$, индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям

- Закон Дальтона для давления смеси N идеальных газов:

$$p = \sum_{n=1}^N p_n,$$

где p_n – парциальное давление i -ой компоненты смеси.

- Уравнение состояния идеального газа (Уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$pV = (m/\mu)RT,$$

где R – молярная газовая постоянная, μ – молярная масса газа, m – масса газа, $m/\mu = \nu$ – количество вещества (в молях).

- Зависимость давления газа от концентрации n молекул и температуры:

$$p = nkT,$$

где k – постоянная Больцмана ($k = R/N_A$, N_A – постоянная Авогадро).

- Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кс}} \rangle^2,$$

или

$$pV = \frac{2}{3} N \left(\frac{m_0 \langle v_{кс} \rangle^2}{2} \right) = \frac{2}{3} E,$$

или

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{кс} \rangle^2 = \frac{1}{3} m \langle v_{кс} \rangle^2,$$

где $\langle v_{кс} \rangle^2$ - средняя квадратичная скорость молекул, E - суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа, n - концентрация молекул, m_0 - масса одной молекулы, $m = Nm_0$ - масса газа, N - число молекул в объеме газа V .

- Барометрическая формула:

$$p_h = p_0 e^{-\mu g(h-h_0)/(RT)},$$

где p_h и p_0 - давление газа на высоте h и h_0 .

- Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле:

$$n = n_0 e^{-U/(kT)}, \quad (n = n_0 e^{-m_0 g h/(kT)} = n_0 e^{-\mu g h/(RT)}),$$

где n_0 и n - концентрация молекул на высоте $h = 0$ и h , $U = m_0 g h$ - потенциальная энергия молекулы в поле тяготения.

- Средняя кинетическая энергия поступательного движения, приходящаяся на одну степень свободы молекулы:

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT.$$

- Средняя энергия молекулы:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где $i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} + 2n_{\text{колеб}}$ – сумма поступательных, вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы.

- Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \nu \frac{1}{2} RT = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT,$$

где ν – количество вещества, m – масса газа, μ – молярная масса, R – молярная газовая постоянная.

- Первое начало термодинамики:

$$dQ = dU + dA,$$

где dQ – количество теплоты полученное ($dQ > 0$) системой или отданное ($dQ < 0$) ею, dU – изменение ее внутренней энергии, dA – работа, совершенная системой против внешних сил.

- Связь между молярной C_m и удельной c теплоемкостями газа:

$$C_m = c\mu.$$

- Молярные теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении:

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = C_V + R.$$

- Изменение внутренней энергии идеального газа:

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V dT.$$

- Работа, совершаемая газом при изменении его объема:

$$dA = pdV, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} pdV,$$

где V_1 и V_2 – соответственно начальный и конечный объем газа.

- Работа газа:

при изобарном процессе

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu}(T_2 - T_1),$$

при изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

- Уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона):

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const},$$

где $\gamma = C_p/C_v = (i+2)/i$ – показатель адиабаты.

- Работа в случае адиабатического процесса:

$$A = \frac{m}{\mu} C_v (T_1 - T_2) = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] =$$

$$= \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

где T_1, T_2, V_1, V_2 – соответственно начальные и конечные температура и объем газа

- Термический коэффициент полезного действия для кругового процесса (цикла):

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное системой, Q_2 – количество теплоты, отданное системой, A – работа, совершаемая за цикл.

- Термический коэффициент полезного действия цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника.

- Изменение энтропии при равновесном переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_{(1)}^{(2)} \frac{dQ}{T} = \int_{(1)}^{(2)} \frac{dU + dA}{T}.$$

- Уравнение состояния реальных газов (уравнение Ван-дер-Ваальса)

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right)(V - vb) = \nu RT,$$

$\nu = m/\mu$ – количество вещества.

- Внутренне давление, обусловленное силами взаимодействия молекул,

$$p' = a/V_{\mu}^2,$$

где V_{μ} – молярный объем.

- Связь критических параметров – объема, давления и температуры – с постоянными a и b Ван-дер-Ваальса

$$V_k = 3b, \quad p_k = a/(27b^2), \quad T_k = 8a/(27Rb).$$

- Внутренняя энергия реального газа при постоянном объеме:

$$U = \nu(C_V T - a/V_{\mu}).$$

- Энтальпия (тепловая функция) системы.

$$W_1 = U_1 + p_1 V_1 = U_2 + p_2 V_2 = W_2,$$

где индексы 1 и 2 соответствуют начальному и конечному состояниям системы.

- Уравнение Клапейрона – Клаузиуса для фазовых переходов:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q_{12}}{T(V_2 - V_1)},$$

где q_{12} – теплота фазового перехода, $(V_2 - V_1)$ – изменение объема вещества при его переходе из первой фазы во вторую, T – температура перехода (процесс изотермический).

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

8.1. Найти отношение средних квадратичных скоростей молекул гелия и азота при одинаковых температурах.

8.2. Каков может быть минимальный объем баллона, вмещающего 6,4 кг кислорода, если его стенки при температуре 20°C выдерживают давление в 17 н/см^2 .

8.3. Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре 7°C было равно 1 атм. При нагревании бутылки пробка вылетела. Найти, до какой температуры нагрели бутылку, если известно, что пробка вылетела при давлении воздуха в бутылке, равном 1,3 атм.

8.4. Из баллона вследствие неисправности вытекает водород. Объем баллона 20 л. Первоначальное давление 10,2 атм в результате убыли газа уменьшается до 4,957 атм. Вместе с этим газ охлаждается с 127°C до 27°C . Определить, какое количество водорода вытекло. Газ считать идеальным.

8.5. В сферической колбе объемом 1 л находится азот. При какой плотности азота средняя длина свободного пробега молекул азота больше размеров сосуда?

8.6. Из баллона вследствие неисправности вытекает водород. Объем баллона 20 л. Первоначальное давление 10,2 атм в результате убыли газа уменьшается до 4,957 атм. Вместе с этим газ охлаждается с 127°C до 27°C . Определить, сколько молекул газа ушло из баллона. Газ считать идеальным.

8.7. Конец открытой стеклянной метровой трубки, большая часть которой погружена в ртуть, выступает на 12 см над поверхностью ртути. Трубку закрывают и вынимают

из ртути. Какую часть трубки будет занимать ртуть после поднятия? Атмосферное давление 750 мм рт ст.

8.8. Определить температуру смеси CO_2 и H_2 , если разность средних кинетических энергий на одну молекулу того и другого газа равна $2,07 \cdot 10^{-14}$ эрг. Газ считать идеальным.

8.9. Найти удельные теплоемкости c_v и c_p некоторого газа, если известно, что масса одного киломоля этого газа равна $\mu = 30$ кг/кмоль и отношение $c_p c_v = 1,4$.

8.10. При изобарическом расширении кислорода им была совершена работа $A = 20$ эрг. Определить изменение внутренней энергии ΔU этого количества газа, количество тепла Q , сообщенного ему в процессе расширения, а также массу газа m , если его температура возросла на 10°C . Газ считать идеальным.

8.11. Газ находится в вертикально расположенном цилиндре с площадью дна $s = 10 \text{ см}^2$. Поршень, закрывающий цилиндр, имеет массу 10 кг и может перемещаться в цилиндре без трения. Начальный объем газа 8 л, температура 10°C . Какое количество тепла необходимо затратить для того, чтобы нагреть газ при этих условиях на 25°C , если известно, что теплоемкость этой массы газа, измеренная при закрепленном в начальном положении поршне, оказалась равной 25 дж/град? Давление наружного воздуха не учитывать.

8.12. Найти молекулярный вес смеси, состоящей из 20 весовых процентов кислорода, 70 весовых процентов азота и 10 процентов углекислого газа. Определить плотность этой смеси при нормальных условиях.

8.13. Смесь газов состоит из 30 г азота и некоторого количества углекислого газа, так что молекулярный вес

смеси равен 32. Определить количество углекислого газа в смеси.

8.14. Давление воздуха в велосипедной камере при температуре 7°C равно 150 см ртутного столба. Определить, каково будет давление, если температура повысится до 32°C . Считать объем камеры неизменным.

8.15. Подсчитать, как сильно отличается масса автомобильной шины летом, при $t' = 30^\circ\text{C}$, и зимой, при $t' = -30^\circ\text{C}$. Давление в шине зимой и летом 3 атм. Объем шины считать неизменным и равным 50 л. Масса одного литра воздуха при нормальных условиях равна 1,29 г/л.

8.16. При одном качании компрессор захватывает 2 л воздуха при атмосферном давлении и температуре 3°C . Сколько качаний должен сделать компрессор, чтобы увеличить вдвое давление в сосуде емкостью 1000 л, если температура воздуха в нем поддерживается равной 27°C и начальное давление вне и внутри сосуда одинаково?

8.17. В сосуде под поршнем находится 10 г азота. 1) Какое количество тепла надо затратить, чтобы нагреть азот на 20°C ? 2) На сколько при этом поднимается поршень? Масса поршня 1 кг, площадь поперечного сечения 10 см^2 . Давление над поршнем равно 1 атм.

8.18. 2 л азота находятся под давлением 10^5 н/м^2 . Какое количество тепла надо сообщить азоту, чтобы при $p = \text{const}$ объем увеличить вдвое?

8.19. 2 л азота находятся под давлением 10^5 н/м^2 . Какое количество тепла надо сообщить азоту, чтобы при $v = \text{const}$ объем увеличить вдвое?

8.20. С какой высоты упал медный шар, если при столкновении с почвой его температура повысилась с 20°C до 23°C ? Считать, что выделившееся в результате столкно-

вения количество теплоты распределилось между медным шаром и почвой в соотношении 1 : 2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

8.21. Газ, занимающий объем 5 л и находящийся под давлением $2 \cdot 10^2$ Н/м² при температуре 17 °С, был нагрет и расширялся изобарически. Работа расширения газа при этом оказалась равной 196 Нм. На сколько нагрели газ?

8.22. Найти изменение энтропии при переходе 80 г кислорода от объема 10 л при температуре 80 °С к объему в 40 л при температуре 300 °С.

8.23. На нагревание 40 г кислорода от 16 °С до 40 °С затрачено 150 кал. При каких условиях нагревался газ? (При постоянном объеме или при постоянном давлении?)

8.24. Один кубический метр воздуха, находящегося при температуре 0 °С и давлении 19,6 Н/см², изотермически расширяется от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$. Найти изменение энтропии при этом процессе.

МЕХАНИКА

01. Кинематические характеристики движения: смещение r , скорость v , ускорение w .
02. Законы Ньютона.
03. Импульс точки и твердого тела. Законы сохранения и изменения импульса.
04. Реактивное движение.
05. Работа, мощность, энергия. Законы сохранения и изменения механической энергии.
06. Потенциальная энергия системы. Её связь с консервативными силами и устойчивостью состояний равновесия системы.
07. Упругие столкновения.
08. Неупругие столкновения.
09. Гравитационное поле. Закон всемирного тяготения.
10. Вращение твердого тела. Момент силы.
11. Моменты инерции твердого тела.
12. Основное уравнение вращательного движения твердого тела.
13. Характеристики гармонического колебания. Сложение двух перпендикулярных гармонических колебаний одной частоты.
14. Затухающие колебания.
15. Вынужденные колебания.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

01. Электрические заряды. Закон Кулона. Напряженность поля E .
02. Теорема Остроградского - Гаусса для электростатического поля в вакууме.

03. Работа кулоновских сил. Теорема о циркуляции вектора E .
04. Основные законы электростатики. Их интегральная и дифференциальная формы.
05. Энергия и потенциал электростатического поля. Связь между E и φ .
06. Электрический диполь.
07. Диэлектрик в электростатическом поле.
08. Граничные условия для диэлектриков.
09. Проводник в электростатическом поле.
10. Емкость уединенного проводника. Конденсаторы.
11. Закон Ома для участка цепи (интегральная и дифференциальная формы).
12. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа.
13. Магнитное поле тока. Закон Био - Савара - Лапласа.
14. Основные законы магнитного поля.
15. Силы Ампера. Примеры магнитного взаимодействия токов.
16. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле.
17. Явление электромагнитной индукции.
18. Закон индукции Фарадея и правило Ленца.
19. Явление самоиндукции.
20. Энергия магнитного поля.
21. Энергия электромагнитного поля. Электромагнитные волны.

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

01. Основные положения молекулярно-кинетической теории. Особенности межмолекулярных взаимодействий.
02. Идеальный газ. Уравнение состояния. Изопроцессы в идеальном газе.
03. Адиабатические процессы. Показатель адиабаты.

04. Внутренняя энергия, теплота и работа. Связь между ними. Первое начало термодинамики.
05. Теплоемкости идеальных газов.
06. Второе начало термодинамики.
07. Тепловые двигатели. Цикл Карно и кпд реального двигателя.
08. Необратимость тепловых процессов. Энтропия.
09. Реальные газы. Пар. Жидкость.
10. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы реального газа.
11. Фазовые переходы. Уравнение Клапейрона - Клаузиуса.
12. Тройная точка. Диаграмма состояния.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Десятичные приставки к названиям единиц.

Т - тера (10^{12})	д - деци (10^{-1})	н - нано (10^{-9})
Г - гига (10^9)	с - санти (10^{-2})	п - пико (10^{-12})
М - мега (10^6)	м - милли (10^{-3})	ф - фемто (10^{-15})
к - кило (10^3)	Мк - микро (10^{-6})	а - атто (10^{-18})

2. Некоторые физические постоянные.

Скорость света в вакууме	$c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	$\gamma = 6,672 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг·с ²)
Ускорение свободного падения	$g = 9,807$ м/с ²
Число Авогадро	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Стандартный объем моля газа	$V_m = 2,241 \cdot 10^{-2}$ м ³ /моль
Молярная газовая постоянная	$R = 8,314$ Дж/(К·моль)
Постоянная Больцмана	$k = 1,3807 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ К
Масса покоя электрона	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
Удельный заряд электрона	$e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11}$ К/кг
Масса покоя протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрон-вольт	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ м/Ф
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

ПОСОБИЕ ПО ФИЗИКЕ

Для студентов з/о факультета ВМК

Составитель

Валентин Николаевич Комаров

Подписано в печать *21.05.03г.* . Формат 60x84 ¹/₁₆.

Бумага газетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. *6*.

Заказ *649*. Тираж 300 экз. Бесплатно.

Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

603600 Н. Новгород, пр. Гагарина, 23.

Типография ННГУ, 603000 Н.Новгород, ул. Б. Покровская, 37.



Пособие предназначено в первую очередь для студентов заочной формы обучения на факультете ВМК ННГУ.

В пособии приведены: учебная программа со списком рекомендуемой литературы для самостоятельной работы студентов; базовые задачи по физике; контрольные вопросы для закрепления материала и самопроверки. В кратком приложении даны физические константы и параметры, необходимые для решения включенных в пособие задач.

Пособие может быть использовано также на дневном и вечернем отделениях факультета.